Presentazione del corso

I numeri Reali

inf/sup/limiti/continuità/derivabilità/integrabilità

successioni/limiti di successioni / serie numeriche

Libri consigliati (vedi pagina web) !!

GIUSTI: Analisi Matematica 1 Boringhieri

" Esercizi e Complementi di Analisi Vol. 1 Boringhieri

Docente: Marino Belloni

Contatti: marino.belloni@unipr.it

Pagina web: people.math.unipr.it/marino.belloni/

Teoria & Esercizi: Marino Belloni

Tutoraggio: Prof.ssa Deanna FIORANI
Prof. Luciano AMADASI

Teoria & Esercizi (ORARIO)

Lunedì 10.30 : 12.30 (AULA P) ; 14.30 : 16.30 (Aula G)

Martedì 8.30 : 10.30 (Aula P)

Giovedì 10.30 : 12.30 (Aula P)

Tutoraggio (ORARIO)

Martedì 15.30 : 17.30
- Aula A/1 Prof.ssa FIORANI (*) ← Pari
- Aula 8 Prof. AMADASI (**)

Giovedì 16.30 : 18.30
- Aula P Prof.ssa FIORANI (*)
- Aula 8 Prof. AMADASI (**)

(*) Matricole PARI (con Deanna FIORANI)

(**) " DISPARI (con Luciano AMADASI)

MODALITÀ D'ESAME

Quiz → Scritto → Orale

Prima prova: 7 quesiti a risposta chiusa

Il quesito ha 4 risposte, di cui una sola è corretta

Risposta corretta: +3 punti
" errata: −1 "
" non data: 0 "

Il punteggio va da −7 a 21

Per essere ammessi alla 2ª prova si deve ottenere una votazione

$V_Q \geq 10$ (1h)

Seconda prova: 4 esercizi a risposte aperte

Sono esercizi a risposta aperta, ovvero vanno svolti e viene valutato lo svolgimento insieme ai risultati e viene assegnata una valutazione V_A, con $0 = \text{minimo} \leq V_A \leq \text{massimo} = 40$

Il voto complessivo dello scritto (in trentesimi) è

$$\text{min} = 5 \leq V_T = \frac{1}{2}(V_Q + V_A) \leq 30{,}5 = \text{max}$$

e per essere ammessi alla prova orale è necessario che

$$17 \leq V_T$$

Prova Orale (con votazione $0 \leq V_O \leq 30$)

Per superare l'esame è necessario che

$$\frac{1}{2}\left(V_{\text{Orale}} + V_T\right) \geq 18$$ ||| indicativo

NON FACCIO APPELLI STRAORDINARI

Argomenti prova scritta: argomenti introdotti nelle lezioni e nelle esercitazioni

Argomenti prova orale: le definizioni, i Teoremi, le dimostrazioni, gli esempi ed i controesempi trattati a lezione

In novembre e in gennaio faremo una prova parziale a Quiz

Chi prende un punteggio $\frac{Q_1+Q_2}{2} \geq$?

non dovrà fare la prova a Quiz nell'esame

IMPORTANTE

Prima e seconda prova scritta sono una di seguito all'altra, in quanto la prima prova viene autovalutata dallo studente

- lo studente scrive la stringa delle risposte e il numero del suo compito
- lo studente esce dall'aula, legge la stringa corretta e la confronta con le sue risposte
- lo studente calcola il suo voto nella 1ª prova
  - se ≥ 10 allora accede alla seconda prova
  - se < 10 allora l'esame non è superato

Dopo alcuni giorni ($5 \div 7$ gg) si svolge la prova orale: questa verte su tutto il programma svolto a lezione & esercitazione

(vedi la mia pagina web per istruzioni)

MOLTO IMPORTANTE

$\boxed{\text{NON È POSSIBILE}}$

STUDIARE TUTTI I RISULTATI DI ANALISI 1 NELL'INTEVALLO TEMPORALE data scritto - data orale

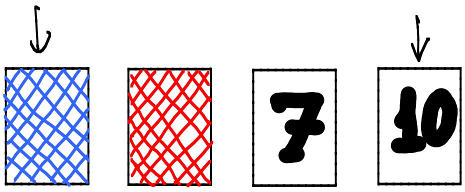
Ne segue che

DOVETE INIZIARE A STUDIARE

ORA!!!!

Siano date 4 carte tali che

- i dorsi sono blu oppure rossi
- i numeri sulle carte sono pari o dispari

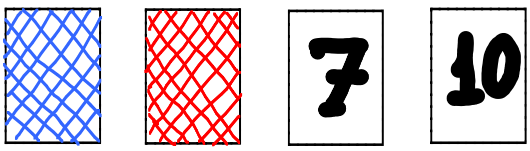


$V \Rightarrow F$

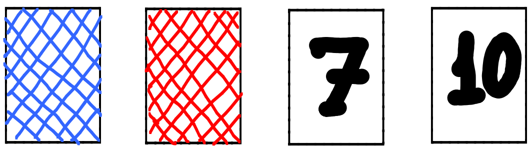
Questo è il caso in cui "$\Rightarrow$" è falsa!!!

Proposizione: "Se una di queste 4 carte ha il dorso blu, allora è una carta dispari"

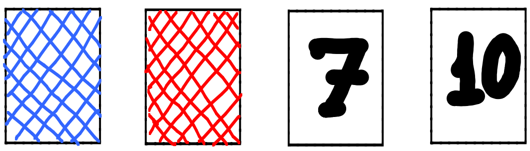
Problema: quante carte debbo girare per verificare la proposizione precedente?



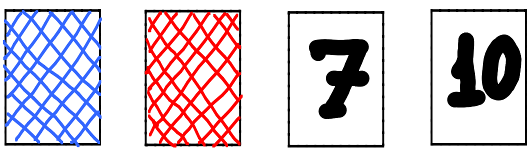
- la carta blu va girata, poiché devo essere sicuro che dietro ci sia un numero dispari



- la carta rossa non va girata, in quanto dietro può esserci quello che si vuole



- la carta con il 7 non devo girarla
  - se dietro è blu, benissimo
  - " " " rossa, fa lo stesso, non contraddice nulla

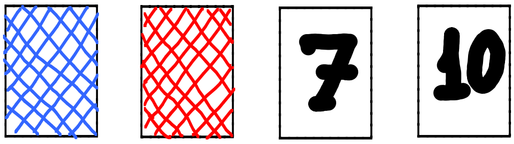


- la carta con il 10 VA GIRATA
  - se dietro è rosso, perfetto
  - se dietro è blu, allora la proposizione è falsa (in quanto un retro blu vede un numero dispari !!!)

Naturalmente si possono porre tanti altri problemi

Proposizione 2 "ogni carta ha il dorso blu
o il numero dispari"

PROBLEMA: quante e quali carte debbo girare per provare (o confutare) la proposizione 2?



voglio (dorso blu) o (dispari)

- la 1ª carta va bene (ha il dorso blu)
- " 2ª " va girata (devo vedere se ha un n.ro dispari dietro)
- " 3ª " va bene (ha n.ro dispari)
- " 4ª " va girata (devo vedere se ha dorso blu)

Proposizione 3 "ogni carta ha il dorso blu
e il numero dispari"

questa proposizione è falsa: ci sono due carte che non soddisfano!!

Proposizione 4 "ogni carta (non ha il dorso blu)
o ha il numero dispari"

e per provarla si procede come per la Proposizione 1:
PERCHE'?

$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q} = \{ a/b \;:\; a,b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0 \}$

$\boxed{\text{Lemma}}$ Se $\bar{a} \in \mathbb{Z}$ è soluzione di $\quad a_i \in \mathbb{Z}$

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

allora $\bar{a}$ divide a_0 (cioè $a_0 = k\bar{a}$ $k \in \mathbb{Z}$)

dim

Impongo che $\bar{a}$ sia radice: in tal caso

$$a_n \cdot \bar{a}^n + a_{n-1} \cdot \bar{a}^{n-1} + \dots + a_1 \cdot \bar{a} = -a_0$$

$$\bar{a} \underbrace{\left(a_n \cdot \bar{a}^{n-1} + a_{n-1} \bar{a}^{n-2} + \dots + a_1 \right)}_{k} = -a_0 \qquad ////$$

Esempio $x^2 + 3x + 2 = 0$ i divisori interi di 2 sono ± 1 ± 2

$1^2 + 3 \cdot 1 + 2 = 6 \neq 0$

$(-1)^2 + 3(-1) + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$ ✓ $\longrightarrow (-1)$ è sol.

$2^2 + 3 \cdot 2 + 2 = 11 \neq 0$

$(-2)^2 + 3(-2) + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$ ✓ $\longrightarrow -2$ è sol.

Lemma Dato $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ radice del polinomio

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

con $a_i \in \mathbb{Z}$ $\quad i = 0, \dots, n$

allora p divide a_0

q " a_n

dim

$$a_n \cdot \frac{p^n}{q^n} + a_{n-1} \frac{p^{n-1}}{q^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{p}{q} + a_0 = 0$$

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} \cdot q + a_{n-2} p^{n-2} \cdot q^2 + \dots + a_1 p \cdot q^{n-1} + a_0 q^n = 0$$

(1) $a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} q + \dots + a_1 \cdot p \cdot q^{n-1} = -a_0 q^n$

$$p \underbrace{\left(a_n p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} q + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} \right)}_{K} = -a_0 \cdot q^n$$

$\Rightarrow p$ divide $a_0 \cdot q^n$ ma p e q sono primi tra loro

$\Rightarrow p$ divide a_0

(2) $a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} \cdot q + a_{n-2} p^{n-2} \cdot q^2 + \dots + a_1 p \cdot q^{n-1} + a_0 q^n = 0$

$$a_{n-1} p^{n-1} q + a_{n-2} p^{n-2} q^2 + \dots + a_1 p q^{n-1} + a_0 q^n = -a_n p^n$$

$$q \underbrace{\left(a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} \cdot q + \dots + a_1 \cdot p \cdot q^{n-2} + a_0 q^{n-1} \right)}_{K} = -a_n p^n$$

$\Rightarrow q$ divide $a_n p^n$ $\quad$ q non divide p (e quindi p^n)

$\Rightarrow q$ " a_n $\quad$ $\square$

Corollario $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

dim

$\sqrt{2}$ è soluzione di $x^2 - 2 = 0$

le soluzioni razionali di $x^2 - 2 = 0$ sono i divisori interi di -2, cioè $\pm 1, \pm 2$ ma

$(\pm 1)^2 - 2 = -1 \neq 0$

$(\pm 2)^2 - 2 = 2 \neq 0$

dunque $\sqrt{2}$ non è sol. razionale $\Rightarrow \sqrt{2}$ non è in $\mathbb{Q}$ $\square$