Cognome	______________________	Non scrivere qui	
Nome	______________________		
Matricola		1 2 3 4 5	
Corso	Sc.Arch. Dis.Ind. Tecn.Ed.		

Università di Parma— Facoltà di Architettura

Esame di Istituzioni di Analisi Matematica

A.A. 2005-2006 — Parma, 21 luglio 2006

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo IN STAMPATELLO cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.
Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e trenta minuti. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.
Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare sia la risposta che lo svolgimento** (o traccia dello svolgimento).

1) Considerate la funzione

$$f(x,y) = \log\left(1 + x^2 e^y\right).$$

a) Calcolate $\nabla f(x,y)$, il gradiente della funzione f .
b) Calcolate l'equazione del piano tangente a f nel punto $(1,\,0,\,f(1,\,0))$.
c) Calcolate l'equazione della retta passante per $(1,\,1,\,1)$ perpendicolare al piano tangente calcolato al punto b).

Risposta:

2) Considerate la funzione $f(x,y) = x^3 - x^2y - xy + 2x - 1$.

a) Determinate tutti i punti stazionari di f , studiandone la natura.

b) Determinate il massimo M ed il minimo m di f sul triangolo T di vertici $(0,0)$, $(0,1)$ e $(1,1)$.

Risposta:

3) Sia $\varphi : [0,\, \pi+1] \to \mathbb{R}^2$ la curva $\varphi(t) = (x(t), y(t))$ definita da

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = \sin t \end{cases} t \in [0,\, \pi[\qquad \begin{cases} x(t) = \pi \\ y(t) = -t + \pi \end{cases} t \in [\pi,\, \pi+1]\ .$$

a) Disegnate $\varphi([0,\, \pi+1])$. Calcolate l'equazione della retta tangente nei punti $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ e $\varphi(2\pi/3)$.

b) Calcolate $\int_\varphi y\sqrt{1-y^2}$.

Risposta:

4) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''' - 4y' = (x+1)^2 + \cos x.$$

Risposta:

5) Considerate il seguente integrale

$$\int_{\Omega} f\,dxdy = \int_0^2 dy \left(\int_{-y+2}^{2} f(x,y)\,dx \right) + \int_2^{2e^2} dy \left(\int_{log(y/2)}^{2} f(x,y)\,dx \right).$$

a) Disegnate l'insieme di integrazione Ω .
b) Invertite l'ordine di integrazione.
c) Calcolate $\int\int_{\Omega} 2y\,dxdy$.

Risposta: