

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

  
CORSO SC.ARCH. DIS.IND. TECN.ED.

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI PARMA — FACOLTÀ DI ARCHITETTURA

ESAME DI ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2005-2006 — PARMA, 26 GIUGNO 2006

---

---

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo IN STAMPATELLO cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e trenta minuti. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare sia la risposta che lo svolgimento** (o traccia dello svolgimento).

---

---

1) Considerate la funzione

$$f(x, y) = e^{\sin x} + x(\cos y)^{1/3}.$$

- a) Calcolate  $\nabla f(x, y)$ , il gradiente della funzione  $f$ .
- b) Calcolate l'equazione del piano tangente a  $f$  nel punto  $(\pi/2, 0, f(\pi/2, 0))$ .
- c) Calcolate l'equazione della retta tangente alla curva di livello  $\{f = f(\pi/2, 0)\}$  nel punto  $(x_0, y_0) = (\pi/2, 0)$ .

Risposta:

- 
- 2) Considerate la funzione  $f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - 4x - 4y$ .
- Determinate tutti i punti stazionari di  $f$ , studiandone la natura.
  - Determinate il massimo  $M$  ed il minimo  $m$  di  $f$  sull'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$

---

*Risposta:*

---

3) Sia  $\varphi : [0, 1 + \frac{5}{4}\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  la curva  $\varphi(t) = (x(t), y(t))$  definita da

$$\begin{cases} x(t) = \sqrt{2} \cos t \\ y(t) = \sqrt{2} \sin t \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{5}{4}\pi\right[ \quad \begin{cases} x(t) = t - \frac{5}{4}\pi - 1 \\ y(t) = -t + \frac{5}{4}\pi - 1 \end{cases} \quad t \in \left[\frac{5}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi + 1\right].$$

- a) Disegnate  $\varphi([0, (5/4)\pi + 1])$ . Calcolate l'equazione della retta tangente nei punti  $(-1, 1)$  e  $\varphi(3\pi/2)$ .
- b) Calcolate  $\int_{\varphi} x$ .

---

*Risposta:*

---

4) Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} z' = 3xz + 3x^3 z^{2/3} \\ z(0) = 8. \end{cases}$$

---

*Risposta:*

---

5) Sia dato l'insieme  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x + y \leq 1, 0 \leq 2x - y \leq 2\}$ .

a) Disegnate l'insieme  $A$ .

b) Calcolate il seguente integrale

$$\int \int_A f(x, y) \, dx dy,$$

dove  $f(x, y) = (1/3)(x + y)e^{2x-y}$ .

(suggerimento: operare un conveniente cambio di variabili)

---

*Risposta:*