

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

CORSO SC.ARCH. DIS.IND. TECN.ED.

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI PARMA — FACOLTÀ DI ARCHITETTURA

ESAME DI ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2005-2006 — PARMA, 20 FEBBRAIO 2006

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo IN STAMPATELLO cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e trenta minuti. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare sia la risposta che lo svolgimento** (o traccia dello svolgimento).

1) Considerate la funzione

$$f(x, y) = \log \left[\sqrt{(\cos x + \sin y)} \right].$$

- a) Calcolate $\nabla f(x, y)$, il gradiente della funzione f .
- b) Calcolate l'equazione del piano tangente a f nel punto $(\pi/2, \pi/4, f(\pi/2, \pi/4))$.
- c) Calcolate l'equazione della retta tangente alla curva di livello $\{f = -\log(2^{1/4})\}$ nel punto $(x_0, y_0) = (\pi/2, \pi/4)$.

Risposta:

2) Considerate la funzione $f(x, y) = |x| + 2|y|$.

a) Determinate per quali valori di k si ha $\{f = k\} \neq \emptyset$.

b) Disegnate gli insiemi $\{f = k\} \neq \emptyset$; disegnate inoltre gli insiemi $\{f \geq 2\}$ e $\{f \leq 1\}$.

c) Determinate il massimo M ed il minimo m di f sull'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 2)^2 + y^2 \leq 1\}$$

utilizzando i risultati ottenuti nei precedenti punti a) e b).

Risposta:

3) Sia $\varphi : [1/2, 19/4] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva $\varphi(t) = (x(t), y(t))$ definita da

$$\begin{cases} x(t) = 2\sqrt{2} \cos \pi t \\ y(t) = 2\sqrt{2} \sin \pi t \end{cases} t \in \left[\frac{1}{2}, \frac{7}{4} \right[\quad \begin{cases} x(t) = t + \frac{1}{4} \\ y(t) = t - \frac{15}{4} \end{cases} t \in \left[\frac{7}{4}, \frac{19}{4} \right].$$

- a) Disegnate $\varphi([1/2, 19/4])$. Calcolate l'equazione della retta tangente nei punti $\varphi(1)$ e $(2, -2)$.
- b) Calcolate $\int_{\varphi} x$.
-

Risposta:

4) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $y^{iv} - y'' = x + xe^x$.

Risposta:

5) Dati A e B così definiti:

- A : il triangolo di vertici $(-4, 0)$, $(4, 0)$ e $(0, 4)$;
- B : il cerchio centrato in $(0, 4)$ avente raggio 2.

a) Disegnate l'insieme $\Omega = A \cup B$.

b) Calcolate

$$\int_{\Omega} x \, dx dy, \quad \int_{\Omega} y \, dx dy.$$

Risposta: