

**Funzioni di più variabili: dominio, insiemi di livello, massimi e minimi
derivate parziali, piano tangente**

18 novembre 2005

1) Determinate il dominio delle seguenti funzioni

- $f(x, y) = \sqrt{(x-1)(y-2)}$
- $f(x, y) = \log(x^2 - y^2)$
- $f(x, y) = \sqrt{4^2 + 9y^2 - 36}$
- $f(x, y) = \log(-y + x^2 + y^2)$

2) Determinate l'insieme di livello 0 ed il segno delle seguenti funzioni

- $f(x, y) = (x - y^2)(x + y^2)$
- $f(x, y) = \sin(x + y)$
- $f(x, y) = xy \left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - 1 \right)$.

3) Rappresentate gli insiemi di livello delle seguenti funzioni e individuate il massimo ed il minimo assoluti sull'insieme a fianco indicato

- $f(x, y) = (x + y)^2 \quad E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$
- $f(x, y) = x^2 + 2y^2 \quad E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$
- $f(x, y) = ye^{-x} \quad E = [0, 3] \times [-2, 0]$.

4) Dopo averne individuato il dominio, calcolate le derivate parziali prime delle seguenti funzioni

$$f(x, y) = \log \frac{x-y}{x+y}$$
$$f(x, y) = e^{(x-y)^{-1} + \sin x}.$$

5) Determinate il piano tangente e la derivata secondo la direzione individuata dal vettore $v = (2, 1)$ delle seguenti funzioni nei punti indicati

- $f(x, y) = (x + y)^2 \quad P = (1, 2), Q = (0, 1)$
- $f(x, y) = x^2 + 2y^2 \quad P = (1, 0), Q = (0, 1/\sqrt{2})$
- $f(x, y) = ye^{\arctan(x^2+y^2)} \quad P = (1, 0), Q = (0, 1)$.