Simmetria di funzioni aritmetiche in quasi tutti gli intervalli corti

Giovanni Coppola – Salerno

Secondo Convegno Italiano di Teoria dei Numeri
Parma, 13–15 Novembre 2003

Diamo un breve panorama di funzioni aritmetiche, per le quali si è studiato un analogo dell'integrale di Selberg, ovvero

$$\sum_{x \sim N} \left| \sum_{|n-x| \le h} f(n) \mathrm{sgn}(n-x) \right|^2 ,$$

dove $x \sim N$ sta per $N < x \le 2N$, $\mathrm{sgn}(t) = t/|t|$ $\forall t \neq 0$, $\mathrm{sgn}(0) = 0$ ed f è la funzione aritmetica in esame.

Tale media quadratica controlla la "simmetria" di f attorno ad x, nell'intervallo "corto" $[x-h, x+h]$ (ovvero $h = h(N)$ e consideriamo $h \to \infty$, quando $N \to \infty$), per "quasi tutti" tali intervalli (ovvero per tutti, tranne $o(N)$, per $N \to \infty$). Tra le funzioni f considerate: la funzione divisori $f(n) = d(n)$ (Coppola-Salerno, prossima pubblicazione su Acta Arithmetica); la funzione caratteristica degli square-free $f(n) = \mu^2(n)$ (Coppola, pross.pubbl.); una f media di $\Lambda(n)$ (Coppola, pross. pubbl. su Ricerche di Matematica); $f(n) = \lambda(n)$, coefficienti di Fourier di forme modulari (Coppola-Iwaniec, p.p.); una funzione divisori primi $f(n) = \sum_{p|n, p \le B} 1$ (Coppola, prossima pubblicazione). Discutiamo, infine, i vari metodi usati.