

---

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA

C. DI LAUREA:    MATEMATICA            FISICA

---

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4
---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI PARMA

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA & CORSO DI LAUREA IN FISICA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1

A.A. 2014-2015 — PARMA, 30 GIUGNO 2015

---

---

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo IN STAMPATELLO cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di 3 ore. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare sia la risposta che lo svolgimento** (o traccia dello svolgimento).

---

---

1. Determinare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il carattere della serie

$$\sum_n \frac{1}{n^4} (\log(e^n + n^2))^\alpha + \frac{(\alpha - 3)^n}{n}.$$

---

*Risposta:*

---

---

2. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y \tan(x) + \cos x \\ y(\pi/4) = 1, \end{cases}$$

specificandone il suo dominio di definizione.

---

*Risposta:*

---

---

**3.** Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + 4x + \frac{2}{2x-1},$$

determinarne il dominio massimale di definizione, i limiti agli estremi di  $\Omega$ , le equazioni degli eventuali asintoti, gli intervalli di monotonia, la natura dei punti stazionari e il segno. Tracciare un grafico approssimativo della funzione.

Studiare, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero di soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

---

*Risposta:*

---

---

4. Sia data la funzione, infinitesima per  $x \rightarrow 0$ ,

$$f(x) = \log(\cos(x)) - \sin(\log(x + 1)).$$

- i) Calcolare lo sviluppo sino al 4 ordine di  $f(x)$  nel punto  $x_0 = 0$ .
- ii) Calcolare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) + x + \alpha x^3}{e^{x^4 - x^6} - 1}.$$

---

*Risposta:*

---