



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
CORSI DI LAUREA IN FISICA E MATEMATICA
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1
16 GIUGNO 2014

Nome e Cognome:.....

Corso di Laurea:.....Matricola.....

Istruzioni: Scrivete nome e cognome e Corso di Laurea negli appositi spazi. Lo svolgimento dell'esercizio va scritto al di sotto del testo in questo foglio A3. Al termine della prova **ri-consegnate** questo foglio all'interno dei fogli protocollo sui quali avete svolto gli esercizi. Su ognuno di tali fogli riportate il vostro nome e cognome.

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^x - 1},$$

determinarne il dominio massimale di definizione Ω , i limiti agli estremi di Ω , le equazioni degli eventuali asintoti, il segno, gli intervalli di monotonia e la natura dei punti stazionari. Tracciare un grafico approssimativo della funzione.

Facoltativo: Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, le regioni di monotonia della funzione

$$f(x) = \frac{e^{\alpha x} + 3}{e^x - 1},$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(x) \cdot \log_x(1-x)}{x^2}$$

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_n \frac{n + (\alpha - 2)^{-2n}}{n^{\alpha^2 - \alpha}}.$$

4. Determinare l'ordine e la parte principale della funzione

$$f(x) = e^{-2x^2} - \cos(2e^x - 2),$$

quando $x \rightarrow 0$.

Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 2x^\alpha}{x^3}.$$