



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA  
CORSI DI LAUREA IN FISICA E MATEMATICA  
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1  
16 GIUGNO 2014

Nome e Cognome:.....

Corso di Laurea:.....Matricola.....

**Istruzioni:** Scrivete nome e cognome e Corso di Laurea negli appositi spazi. Lo svolgimento dell'esercizio va scritto al di sotto del testo in questo foglio A3. Al termine della prova **ri-consegnate** questo foglio all'interno dei fogli protocollo sui quali avete svolto gli esercizi. Su ognuno di tali fogli riportate il vostro nome e cognome.

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^x - 1},$$

determinarne il dominio massimale di definizione  $\Omega$ , i limiti agli estremi di  $\Omega$ , le equazioni degli eventuali asintoti, il segno, gli intervalli di monotonia e la natura dei punti stazionari. Tracciare un grafico approssimativo della funzione.

**Facoltativo:** Studiare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , le regioni di monotonia della funzione

$$f(x) = \frac{e^{\alpha x} + 3}{e^x - 1},$$

---

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(x) \cdot \log_x(1-x)}{x^2}$$

---

3. Determinare i valori dei parametri  $a, b, c \in \mathbb{R}$  per cui la seguente funzione sia 2 volte derivabile con derivata seconda continua su tutto  $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x+2)}{x+1}, & \text{se } x < -1 \\ ax^2 + bx + c, & \text{se } -1 \leq x. \end{cases}$$

---

4. Stabilire se sono vere/false le seguenti affermazioni, motivando la risposta:

- i) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione 2 volte derivabile in  $\mathbb{R}$ , decrescente e tale che  $f''(x) \geq 0$  su  $\mathbb{R}$ . Allora  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .
- ii) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile in  $\mathbb{R}$  con derivata continua e tale che  $f'(q) = 2$  per ogni  $q \in \mathbb{Q}$ . Allora  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .