
UNIVERSITÀ DI PARMA

Esame scritto di Analisi Matematica 1

A.A. 2014-2015 — Parma, 18 febbraio 2015

Per svolgere questa prova è stato assegnato un tempo massimo di 2 ora.

- 1) Sia $f(x) = e^{-2x^2} - \cos(2e^x - 2)$.
- Determinare l'ordine e la parte principale della funzione $f(x)$ quando $x \rightarrow 0$.
 - Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 2x^\alpha}{x^3}.$$

-
- 2) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} e^{-1/x},$$

se ne determini il dominio massimale, il segno, i limiti agli estremi del dominio, gli asintoti, le regioni di crescita/decrecenza, la natura degli eventuali punti stazionari, e se ne studi la concavità. Si rappresenti quindi graficamente la funzione e si determini il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = -3x^2 - 5x + 5 + 2(4x + 1)e^x, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 7. \end{cases}$$

-
- 4) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}(1/x^2)}{|x-1|^{2\alpha} (\log(1+x))^\alpha} dx$$

converge