

Per svolgere questa prova è stato assegnato un tempo massimo di 2 ore.

- 1) Determinate le soluzioni (z, w) , con $z, w \in \mathbb{C}$, del sistema

$$\begin{cases} \bar{z}^2 - w^2 = -1 \\ \bar{w}^2 - z = 0. \end{cases}$$

-
- 2) Data la funzione $f(x) = \sqrt{4-x^2} - x$, determinatene il dominio, i limiti di f e f' agli estremi del dominio, il segno, gli intervalli di monotonia. Disegnate poi il grafico di f .
(Solo Analisi 1) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
-

- 3) Siano date le funzioni

$$f(x) = \log(\sin x + \cos x), \quad g(x) = \frac{1}{2}(e^{-2x} - 1).$$

- a) Calcolate gli sviluppi di Taylor di ordine 4 e centrati in $x_0 = 0$ di $f(x)$ e di $g(x)$.
b) Trovate l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$ della funzione somma $f(x) + g(x)$.
c) **(Solo Analisi 1)** Calcolate al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) + g(x)}{x^\alpha}.$$

-
- 4) Calcolate l'integrale generalizzato $\int_{1/4}^{+\infty} (\sqrt{x} + 1)e^{-\sqrt{x}} dx$.