

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <input style="width: 20px; height: 15px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 15px;" type="text"/> CORSO GEST I.E.T. MEC AB	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">4</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 70px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4
1	2	3	4		

UNIVERSITÀ DI PARMA — CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1 - SECONDA PARTE

A.A. 2015-2016 — PARMA, 14 GENNAIO 2016

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo IN STAMPATELLO cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di 2 ore. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, **dovete riportare sia la risposta che lo svolgimento** (o traccia dello svolgimento).

- 1) Determinate le soluzioni (z, w) , con $z, w \in \mathbb{C}$, del sistema

$$\begin{cases} (z + i)w = -\frac{1}{2} \\ (iw + 2)z = -\frac{i}{2} \end{cases}.$$

_____ *Risposta:*

-
- 2) Considerate la funzione $f(x) = x^3/3 - \log(1 + x^2)$.
- a) Determinatene dominio, limiti agli estremi, derivata, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo e minimo locale, eventuali asintoti; tracciatene il grafico.
 - b) Determinate al variare di $k \in \mathbb{R}$ il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
 - c) **(SOLO ANALISI 1)** Provate che $e^5 > (5/e)^3$; deducetene che $f(2) > 0$.
-

Risposta:

3a) Scrivete i polinomi di Taylor di ordine 3, centrati in $x_0 = 0$, delle funzioni

$$f(x) = \log(\cos x - 3 \operatorname{sen} x), \quad g(x) = e^{3x+(x^2/2)} - 1, \quad h(x) = f(x) + g(x).$$

3b) Calcolate al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il valore di $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha h(x)$.

3c) **(FACOLTATIVO)** Anziché quelli di ordine 3, scrivete i polinomi di Taylor di ordine 4 di f , g ed h .

Risposta:

4) Scrivete la formula di Stirling.

a) Studiate la convergenza di $\sum_n \frac{n!}{n^n}$.

b) Studiate al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza di $\sum_n \left(\frac{n!}{n^n}\right)^\alpha$.

c) **(SOLO ANALISI 1)** Studiate al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ la convergenza di $\sum_n \frac{n!}{n^{\beta n}}$.

Risposta: