
UNIVERSITÀ DI PARMA— FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame scritto di Analisi matematica 1 - Seconda parte
A.A. 2014-2015 — Parma, 15 Giugno 2015

Per svolgere questa prova è stato assegnato un tempo massimo di due ore.

- 1) Determinate le soluzioni (z, w) , con $z, w \in \mathbb{C}$, del sistema

$$\begin{cases} 2\bar{z} - iw + 9i = 0 \\ z^2 - \bar{w} = 8i\sqrt{3}. \end{cases}$$

-
- 2) Considerate la funzione $f(x) = x + 2 \arctan \frac{1}{x}$.

- a) Determinatene il campo di esistenza, i limiti agli estremi del campo di esistenza, il segno, gli intervalli di monotonia, i punti di massimo/minimo locale, gli asintoti, gli intervalli di convessità. Studiate poi il limite della derivata prima agli estremi del campo di esistenza, e infine tracciate un grafico approssimativo della funzione utilizzando i dati ottenuti in precedenza.
- b) **(SOLO ANALISI 1)** Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

-
- 3) Determinate lo sviluppo di Taylor di ordine quattro e centrato in $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \log(1 - 4x^2) - 2 \log(\cos(3x)).$$

(SOLO ANALISI 1) Determinate poi il valore di $\alpha \geq 0$ tale che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - 4x^2) - \log(\cos^2(\alpha x))}{x^4} = \ell_\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

e calcolate tale limite ℓ_α .

- 4) Calcolate l'integrale generalizzato

$$\int_4^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(x+4)} dx.$$