
UNIVERSITÀ DI PARMA— FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame scritto di Analisi matematica 1 - Seconda parte
A.A. 2011-2012 — Parma, 17 Gennaio 2012

Per svolgere questa prova è stato assegnato un tempo massimo di due ore.

- 1) Determinare le soluzioni $(z, w) \in \mathbb{C} \times \mathbb{C}$ del sistema

$$\begin{cases} z^2 = iw \\ w^2 = 8iz \\ \Re z > 0. \end{cases}$$

-
- 2) Studiare il grafico della funzione $f(x) = -\frac{3}{2} \ln(x^2 + 2x + 1) + \frac{5}{2} \ln(x^2 - 2x + 1) + \frac{4}{(x-1)}$, determinando in particolare campo di esistenza, limiti agli estremi del campo di esistenza, regioni di monotonia, massimi e minimi relativi.

Tracciare poi un grafico approssimativo della funzione f .

Determinare il numero di soluzioni reali positive dell'equazione $f(x) = k$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.

- 3) Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{(\sin x)^2}{1+x^2} - x^2 + \frac{x^4}{3}}{\ln(1+x^2) - x \sin x}.$$

(**Solo Analisi 1**) Calcolare poi, al variare dell'esponente $\alpha > 0$, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{(\sin x)^2}{1+x^2} - x^2 + \frac{x^4}{3} + x^\alpha}{\ln(1+x^2) - x \sin x}.$$

-
- 4) Fissato $\alpha > 0$, sia $a_n = \int_{n^\alpha}^n \frac{dx}{x^3}$. **Motivando il procedimento**, studiate il carattere della serie $\sum_n a_n$ al variare di $\alpha > 0$.