

Corso di recupero di Analisi 1 - 2015

15 Maggio 2015

Limiti di successioni e serie.

1) Trova i valori di x per i quali la serie $\sum_{n=0}^{\infty} (2x-1)^n$ è convergente e calcola la somma.

2) Calcola la somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^{n+1}}{17^n}$

3) Dire per quali valori di x la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{18-x^2}}{n^3}$ è divergente.

4) Studia il comportamento di:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n^3 - 1}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^2+1}{n^3}}$

c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\log n}$

5) Studia il comportamento di $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{\sqrt{2^n}}$

6) Studia il comportamento di $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n^2}}{n^{2n}}$

7) Studia il comportamento di

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n \cos(n\pi)}{1+n^2}$$

8) Studia il comportamento di

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - n \sin^2 n}$$

9) I valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali converge la seguente serie

$$\sum_n (|\alpha+5| - |\alpha-3|)^n \text{ sono}$$

a) $-\frac{3}{2} < \alpha < -\frac{1}{2}$

c) $\alpha > -\frac{5}{3}$

b) $-5 < \alpha < 3$

d) $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$

10) Date $f(x) = \log(\cos x + \sin x)$

a) trovare lo sviluppo di Taylor di ordine 3 in $x=0$ (già svolto nelle lezioni del 24/4)

b) Posto $a_n = \frac{1}{n+1} - f\left(\frac{1}{n}\right)$ trovare l'unico esponente $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\lim_{n \rightarrow \infty} n^\alpha a_n = l \neq 0$

c) Discutere la serie di $\beta \in \mathbb{R}$, il carattere di $\sum_n n^\beta a_n$.

11) Date la serie $\sum_n \frac{(-1)^n}{2n^\alpha + \sqrt{n^2+1}}$ quale è serie?

a) indeterminata per $0 < \alpha \leq 1$

b) convergente se $\alpha > 1$

c) convergente se $\alpha > 0$

d) diverge positivamente se $0 < \alpha \leq 1$

12) Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{(\alpha+1)^2}}{n^4 + d^{2n}}$

13) La serie $\sum_{n \geq 1} \left[\frac{1}{n^{\alpha/2}} + \left| \alpha - \frac{5}{2} \right|^n \right]$ converge

se:

a) $2 < \alpha < \frac{7}{2}$

c) $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{7}{2}$

b) $\alpha > 2$

d) $\frac{3}{2} < \alpha < 2$

14) Assegnata $f(x) = \frac{1}{1+x+\alpha x^2} - \cos \sqrt{x}$

- TROVA ORDINE di INFINITESIMO E PARTE PRINCIPALE (solto nelle lezioni del 24/4)
- UTILIZZANDO l'INFORMAZIONE PRECEDENTE STUDIATA, AL VARIARE DI $\alpha \in \mathbb{R}$, IE CARATTERE della serie:

$$\sum_n \left| \frac{n^2}{n^2+n+\alpha} - \cos \sqrt{\frac{2}{n}} \right|^{1/2}$$

15) DATA la successione $\{a_n\}$ f.c. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ quale è falsa?

A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n^2 + \log_m n}{a_n^2} = 2$

C) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - a_n^2) = -\infty$

B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = 0$

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$

16) LA SUCCESSIONE $a_n = \sqrt[n]{\frac{n^2 - 3n!}{n^3 (2n)^n}}$ tende a:

A) $\frac{1}{2e}$

C) $+\infty$

B) 0

D) 1

16) La successione $\left(\cos \frac{2}{n}\right)^{3n^2}$ tende a:

- A) e^{-6} C) $+\infty$
 B) 1 D) $e^{2/3}$

17) Per $n \rightarrow +\infty$, la successione tende a:

- A) e^3 C) $\frac{1}{2}$
 B) $+\infty$ D) $\left(\frac{3}{2}\right)^n$

$$\left(\frac{n^2+3n+1}{2+n^2}\right)^n$$

