Corso di recupero di Analisi 1 - 2015
24 aprile 2015

Sviluppi di Taylor e limiti di successioni.

1) Quale di queste funzioni è infinitesima di ordine più alto per $x \to 0$

a) $\operatorname{sen} x^2 - \operatorname{tg} x^2$

b) $e^{x^5} - 1$

c) $x^2(1 - \cos x)$

d) $\ln(1 + \operatorname{sen}^3 x)$

2) Con $\alpha \in \mathbb{R}$, $f(x) = x - \log(\operatorname{sen} x + \cos x) + \alpha x^2(3-2x)$

- dire per quali valori $\alpha \in \mathbb{R}$ $f(x)$ è infinitesima di ordine 4 per $x \to 0$
- calcolare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \log(\operatorname{sen} x + \cos x) + \alpha x^2(3-2x)}{x^4}$$

3) Assegnata $f(x) = \log\left(1 + \frac{x}{e}\right)$

- determinare lo sviluppo di Taylor di ordine 3 in $x = 0$
- determinare lo sviluppo di $\log\left((e+x)^e\right)$
- calcolare $\lim_{x \to 0^+} \dfrac{\log\left((x+e)^e\right) + \frac{e}{\log(x+e)} - 2e}{x^\alpha}$

con $\alpha \in \mathbb{R}$

4) Calcolare $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^7} - 3(\sqrt{n})^3}{n^2 - 2(\sqrt{n})^5}$

5) Calcolare $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{n! - 3^n}{2^n - 5^n + \sqrt[n]{n}}$

6) Calcolare $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n}$

7) Calcolare $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\dfrac{n^n}{n!}}$

8) La successione $\sqrt[n]{\dfrac{2^n}{3^n} - \dfrac{n!}{n^n}}$ tende a

a) $2/3$ c) 0

b) 1 d) $\dfrac{2e-3}{3e}$

9) Per $n \to +\infty$ la successione

$\dfrac{3 \operatorname{sen} \frac{2}{n} - 2 \operatorname{tg} \frac{3}{n^2}}{4 \operatorname{tg} \frac{1}{n} - 5 \operatorname{sen} \frac{1}{n^2}}$ tende a

a) $3/2$ c) $3/4$

b) -1 d) 0

10) AL VARIARE di $\alpha \in \mathbb{R}$, TROVA ORDINE E P.P. di INFINITESIMO PER $x \to 0$ di:

$f(x) = \dfrac{1}{1+x+\alpha x^2} - \cos\sqrt{2x}$

11) • sviluppo di ordine 4 di $e^{\operatorname{sen}2x}$ in $x=0$

• sviluppo di ordine 4 di $\operatorname{sen}(e^{2x}-1)$ in $x=0$

• STUDIARE $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{e^{\operatorname{sen}2x}\operatorname{sen}(e^{2x}-1)-1}{x^{\alpha}}$

al VARIARE di $\alpha\in\mathbb{R}$

12) Se $f(x)=\log(1-2x^2)$ e $g(x)=\operatorname{sen}2x^2$ QUALE È FALSA?

A) $f(x)-g(x)=o(x^2)$

B) $f(x)+g(x)=o(x^3)$

C) $f(x)\cdot g(x)=-4x^4+o(x^5)$

D) $\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=-1$

13) $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\frac{4}{n^3}\cos n!-\frac{2}{n}\operatorname{sen}\frac{5}{n}}{\sqrt{2n^6+3n}-\sqrt{2n^6-n}}$

A) $-5\sqrt{2}$

B) $-\infty$

C) $-6/5$

D) 0