

5 giugno

Integrali impropri.

1) Calcolare l'area della parte di semipiano $x > 0$ che sta sopra il grafico di $f(x) = x^3 (\log x^2 - 1)$ e sotto l'asse delle ascisse.

2) Quale dei seguenti integrali risulta convergente?

a) $\int_0^1 \frac{e^x}{2\sqrt[3]{x^2}} dx$

c) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x \arctan x} dx$

b) $\int_0^1 \frac{\cos x}{3\sqrt{x^3}} dx$

d) $\int_0^1 \frac{1}{x^2 \sqrt{x}} dx$

3) Sia $\alpha > 0$. L'integrale generale $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^{2\alpha} + e^x} dx$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^{2\alpha} + e^x} dx$$

a) converge $\forall \alpha > 0$

b) diverge a $+\infty \forall \alpha > 0$

c) converge se $\alpha > \frac{1}{2}$

d) non esiste

4) L'integrale generalizzato $\int_1^{+\infty} \frac{x^\alpha + 3x^2}{2x^4 + 4x^\alpha} dx$

con $\alpha > 0$ risulta convergente se

- a) $\alpha < 3$ c) $\alpha > 3$
 b) $\alpha < 4$ d) $2 < \alpha < 3$

5) Sia E l'insieme degli $\alpha > 0$ per cui l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^{2\alpha} \operatorname{arctg}(x^\alpha)}{(x^3+1)x^2} dx \text{ risulta convergente.}$$

Quale è vero?

- a) $]1, 2[\subseteq E$ c) $]0, +\infty[\subseteq E$
 b) $4 \in E$ d) $E = \emptyset$

6) Studiare la convergenza di

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{x^2 - e^{-x} + 1}{x^4 + x^{\alpha-2}} dx \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

7) Calcola l'integrale generalizzato

$$\int_2^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{2}{x}\right)}{4+x^2} dx$$

8) Considera la funzione $f(x) = x \operatorname{arctg} \frac{x-2}{x+2}$

- a) determinare la primitiva di $f(x)$ che si annulla in $x_0 = 2$

b) Calcolare l'area dell'insieme

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, y \leq 0, y \geq f(x)\}$$

9) QUALE DEI SEGUENTI INTEGRALI È +∞?

A) $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x^2} dx$

C) $\int_0^{\pi} \frac{\sin x^2}{x} dx$

B) $\int_0^{\pi^2} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

D) $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx$

10) L'INTEGRALE IMPROPRIO $\int_0^1 \frac{\sin x}{x^4 + x^{3\alpha}} dx$

CONVERGE $\Leftrightarrow \alpha \in A$. QUALE È FALSA?

A) $A =]-\infty; \frac{1}{2}]$

C) $3 \notin A$

B) A ILLIMITATO

D) $] -\frac{1}{3}; \frac{1}{3} [\subseteq A$

11) $\int_0^{+\infty} \frac{x^\alpha}{(x^5+1) \log(1+x^2)} dx \quad \alpha > 0$

E = insieme di convergenza. QUALE È VERA?

A) $]0; +\infty[\subseteq E$

C) $]1; 2[\subseteq E$

B) nessuna vera

D) $5 \in E$

12) Considerare $I = \int_0^1 \frac{\sqrt{x} + e^{3x}}{x^{\alpha-\frac{1}{2}} (1+x)^2} dx \quad \alpha \in \mathbb{R}$

Quale è vera?

A) se $\alpha \leq 1$ allora I converge

B) se $\alpha < 2$ allora I converge

C) I converge se $\alpha < 0$

D) se $\alpha > 1$ allora I converge

13) Considerare $\int_0^1 \frac{\arctg(x^{1/3})}{x^\alpha \log(1+x)} dx$

QUALE È VERA?

- A) converge se $\alpha < 1/3$
- B) diverge se $0 < \alpha < \frac{1}{3}$
- C) converge se $\frac{1}{3} < \alpha < \frac{2}{3}$
- D) diverge se $\alpha > 0$