4^ LEZIONE : 28 MARZO 2014

Argomenti trattati:

Argomenti prevalenti :

- Formula di Taylor con resto di Peano
- Sviluppi di funzioni elementari in x_0=0 (Mac Laurin)
- Composizione di sviluppi

inoltre :

- Confronto di infinitesimi
- Algebra degli "o piccolo"
- ordine di un infinitesimo e sua parte principale
- Derivabilità funzioni definite a tratti
- Probabilità

Esercizi svolti dall'insegnante :

Polinomi di Taylor del 1°, 2° e 3° ordine di $log x$ con centro in $x_0 = 1$ e loro confronto nei punti prossimi a $x_0 = 1$ (analisi numerica e grafica).

Calcolo di limiti con lo sviluppo di Taylor :

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-senx}{x^3} \quad ; \quad \lim_{x\to 0} \frac{senx-xcosx}{\tan{(x^3)}}$$

Sviluppo di Taylor in $x_0 = 0$, fino all'ordine indicato, di:

e^{3x^2} (n=4); $cos(e^x - 1)$ (n=2) ; $\frac{1}{3+x}$ (n=3) ;

<u>**Scheda alunni** : esercizi che gli studenti devono svolgere in classe da soli</u>

1)

Esercizio 5. Un polinomio di Taylor centrato in $x_0 = 0$ di $f(x) = \mathrm{e}^x \operatorname{sen} x - x(1+x)$ è

(A) $x^3/3$.

(B) $-x^2$.

(C) $-x^3/6$.

(D) $x^3/2$.

2)

Esercizio 7. La funzione $f(x) = \begin{cases} a \operatorname{sen} 2x + b \cos 3x + x & \text{se } x \leq 0 \\ a\,\mathrm{e}^x + b \arctan(x/2) + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$ è derivabile se e solo se $a, b \in \mathbb{R}$ verificano

(A) a qualsiasi, $b = 2a + 2$.

(B) nessuna delle altre risposte è vera.

(C) $a = -1$ e $b = 0$.

(D) $a = 1$ e $b = 2$.

3)

Esercizio 6. Gettando due dadi con le facce numerate da 1 a 6, la probabilità che la somma dei punti sia dispari è

(A) 1.

(B) 1/2.

(C) 5/11.

(D) 5/12.

4)

Esercizio 1. L'integrale $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\arctan(\log x)}{x}\, dx$ vale

(A) $\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

(B) 2π.

(C) $\dfrac{\arctan 1}{\mathrm{e}}$.

(D) $\dfrac{\pi}{4} - \log\sqrt{2}$.

5)

Esercizio 10. Il limite $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{\mathrm{e}^x - 1}{x^2 - 5x + 6}$

(A) vale $+\infty$.

(B) vale $-\infty$.

(C) vale $\mathrm{e}^3 - 1$.

(D) non esiste.

Scheda settimanale compiti assegnati a casa

1) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: x^{senx} ; $sen^3(5x^2-1)$

2) Stabilire per quali valori di *a* e *b* la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x & x \geq 0 \\ 2ax^2 + x - b & x < 0 \end{cases}$$ è derivabile in x=0.

3)

Calcolare gli sviluppi di Taylor in $x_0 = 0$ arrestati all'ordine n delle seguenti funzioni:

a) f(x) = (x-sinx)log(1+x) (n=6) $[\frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{12}x^5 + \frac{17}{360}x^6 + o(x^6)]$

b) g(x)= $\frac{1}{x+2}$ (n=3) $[\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{16}x^3 + o(x^3)]$

(suggerimento : scrivere $g(x)$ come $g(x) = \frac{1}{2\left(1+\frac{x}{2}\right)}$)