

### 30 MAGGIO (11<sup>a</sup> settimana)

**Argomento prevalente** : Limiti di successioni numeriche ove compare  $n!$ , il fattoriale di  $n$ . Formula di Stirling

$$\left(\frac{n}{e}\right)^n \leq n! \leq ne\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

ed applicazioni. Inoltre:

- Studi di funzioni contenenti il valore assoluto.
- Convergenza di serie dipendenti da un parametro.
- Probabilità finita

#### Esercizi svolti dall'insegnante

- 1) Provare che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{n^n}} = \frac{1}{e}$ .
- 2) Calcolare  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{2 \cdot e^n + n!}{n^n + e \cdot 2^n}}$ .
- 3) Sia data la funzione  $f(x) = x^2 - 3|x - 1| + 2$ .
  - a) Tracciare il grafico di  $f$ .
  - b) Determinare  $f([-2, 3])$ , l'immagine di  $[-2, 3]$  tramite  $f$ .
  - c) Calcolare  $\int_{-2}^3 f(x) dx$ .

#### Esercizi che gli studenti devono svolgere in classe

- 1) Data la funzione  $g(x) = \frac{\arctan x}{1+x^2}$ , trovare tutte le primitive di  $g(x)$ .

Posto  $a_n = \int_0^{n^\alpha} g(x) dx$ , studiare la convergenza della serie  $\sum_n a_n$  al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

2) Un bimbo ha sette dischi di grandezze tutti differenti forati al centro e una tavoletta con due pioli, uno rosso e uno verde, sui quale infila i dischi a casaccio. Quante configurazioni diverse può ottenere?

- A)  $2^7$     B)  $7!$     C)  $4! \cdot 3!$     D)  $8!$

- 3) Sia  $F(x) = \int_0^x e^t \sin t dt$ . Quale tre le seguenti risposte è **vera**?

- A)  $F(-\pi/4) = -1/2$ ; B)  $F(1) = 1$ ; C) Nessuna delle altre risposte è vera.; D)  $F(\pi/4) = 1/2$

#### Esercizi da svolgere a casa

- 1) Calcolare  $\int_1^e \frac{(\log x)^2}{x} dx$ . (Suggerimento: porre  $t = \log x$ ; l'integrale vale  $1/3$ )

- 2) Calcolare  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(3n)^{5n} - (5n)^{3n}}{n^8}$ .    ( $+\infty$ )

- 3) Determinare la forma algebrica di  $w = \frac{z^2 - \bar{z}^2}{(z+1)(\bar{z}-1)+1}$  quando  $z = 1 + i$ .    ( $w = -1 + i$ )