Curriculum vitæ et studiorum
di Alessandro Zaccagnini

1 Notizie varie

1.1 Dati Anagrafici

Alessandro Zaccagnini, nato a Livorno il 18 luglio 1966, residente a Lucca, via dell'Arcivescovato n. 25, cap. 55100.

1.2 Qualifica ed Affiliazione

Nel febbraio del 2004 sono risultato idoneo al ruolo di Professore di Seconda Fascia nel Raggruppamento Scientifico–Disciplinare MAT/05 (Analisi Matematica), ed ho preso servizio a partire dal giorno 31 dicembre 2004. Sono stato confermato nel ruolo a partire dal 31 dicembre 2007. In precedenza sono stato Ricercatore Universitario del Raggruppamento Scientifico–Disciplinare A02A (ora MAT/05), in servizio dal 1° gennaio 1993 al 29 dicembre 2004 presso la Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell'Università degli Studi di Parma, e sono stato confermato nel ruolo a partire dal 1° gennaio 1996.

Ho avuto l'abilitazione alla Prima Fascia nel novembre 2020.

Sono membro del Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche dell'Università di Parma, al seguente indirizzo:

Indirizzo:	Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche Parco Area delle Scienze, 53a Campus Universitario 43124 Parma
Telefono:	0521 906902 (centralino 906900)
Fax:	0521 906950
e-mail:	`alessandro.zaccagnini@unipr.it`
pagina web:	`people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini`
YouTube:	`https://www.youtube.com/c/AlessandroZaccagnini`
Twitter:	`https://twitter.com/AleZaccagnini66`

1.3 Studi

Nel 1984 ho vinto un posto ordinario alla Classe di Scienze della Scuola Normale Superiore. Nello stesso anno 1984 mi sono iscritto al Corso di Laurea in Matematica dell'Università di Pisa, dove ho conseguito la Laurea il 16 marzo 1989, discutendo una tesi in Teoria Analitica dei Numeri, intitolata "Grandi intervalli fra primi consecutivi nelle progressioni aritmetiche" [D1], relatori i Professori Roberto Dvornicich ed Alberto Perelli.

Nel gennaio 1990 ho vinto un posto di Dottorato (V ciclo) presso l'Università di Torino, risultando al 1° posto della graduatoria. Durante il periodo del Dottorato ho trascorso 6 mesi (fra il gennaio ed il luglio 1992) presso l'Università della Georgia, ad Athens, come visitatore. Ho scritto una tesi di Dottorato intitolata "Somme di primi e k-esime potenze" [D2], che ho discusso il 26 luglio 1994, con esito positivo. Relatore della Tesi è stato il Professor Alberto Perelli.

1.4 Carriera accademica

Nel settembre del 1990 ho partecipato al concorso a posti di Ricercatore presso l'Università di Trento, e sono stato collocato al 2° posto utile della graduatoria. Nel settembre del 1992 ho partecipato al concorso a posti di Ricercatore per il raggruppamento scientifico-disciplinare A02A Analisi matematica presso la Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell'Università di Parma, e sono risultato vincitore. Dal 1° gennaio 1993 al 29 dicembre 2004 ho prestato servizio presso la suddetta Università e sono stato confermato nel ruolo a far tempo dal 1° gennaio 1996.

Nel febbraio del 2004 ho ottenuto l'idoneità in un concorso a posti di Professore di Seconda Fascia. La Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell'Università di Parma ha effettuato la mia chiamata in data 19 febbraio 2004, con presa di servizio dal 31 dicembre 2004, a causa dei noti problemi relativi al blocco delle assunzioni nelle pubbliche amministrazioni.

Ho avuto l'abilitazione alla prima fascia in Analisi Matematica nel novembre del 2020.

1.5 Miscellanea

VQR Sono stato scelto dal "Ministero dell'Istruzione, Università e Ricerca" (MIUR) per far parte della commissione della "Valutazione della Qualità della Ricerca" (VQR) 2004–2010, come revisore "pari grado."

Commissioni Sono stato Commissario per l'INdAM per l'assegnazione delle borse "Ing. Giorgio Schirillo" per l'anno 2014. Sono stato membro della Commissione per la selezione di un ricercatore di tipo A del Settore MAT/05 presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova all'inizio del 2015.

Spinoff dell'Università di Parma Dal giorno 16 dicembre 2010 al giugno 2021 ho rappresentato l'Università di Parma nel Consiglio di Amministrazione della società denominata "BUGSENG srl."

Attività editoriale Dal giorno 8 febbraio 2005 faccio parte del Comitato di Redazione della “Rivista di Matematica della Università di Parma.” Dal 1° gennaio 2021 sono il Direttore Responsabile. Faccio pare del Comitato Editoriale della rivista “Analysis, Geometry and Number Theory” fin dalla sua fondazione (2014). Dal gennaio 2019 faccio parte del Comitato di Redazione della rivista di divulgazione matematica “MaddMaths!”

Lingue conosciute Parlo correntemente l’inglese, e sono in grado di comprendere il francese scientifico.

Linguaggi di programmazione conosciuti Conosco i linguaggi Pascal, FORTRAN, C, BASIC ed ho una modesta esperienza con il linguaggio C++.

Nomina a Responsabile Locale Dati Dall’inizio del 2006 alla metà del 2014 sono stato “Responsabile Locale Dati” ed ho curato le pagine web del Dipartimento di Matematica.

Recensioni Ho collaborato per alcuni anni in qualità di recensore con le riviste “Zentralblatt für Mathematik” e “Mathematical Reviews,” per le quali ho scritto approssimativamente 45 recensioni in tutto. Ho spesso fatto da referee per alcune riviste internazionali. Sono stato referee per numerose riviste internazionali fra le quali “Journal of Number Theory,” “Acta Arithmetica,” “Functiones et Approximatio,” “Integers,” “Monatshefte für Mathematik,” “Revista Colombiana de Matematicas,” “Colloquium Mathematicum,” “Journal of Integer Sequences,” “Indian Journal of Mathematics,” “The Ramanujan Journal,” “Journal of Algebra, Number Theory and Applications,” “Mediterranean Journal of Mathematics,” “Bulletin of the Allahabad Mathematical Society,” “Open Mathematics,” “International Journal of Number Theory,” “Mathematika,” “Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux,” “Transactions of the American Mathematical Society,” “Hardy-Ramanujan Journal,” e per alcune nazionali, come la “Rivista di Matematica della Università di Parma,” il “Bollettino dell’Unione Matematica Italiana,” il “Seminario matematico e Fisico dell’Università di Modena e Reggio Emilia,” i “Rendiconti di Padova,” “Le Matematiche.”

Progetti di ricerca nazionali Dal 1997 al 2000 sono stato Responsabile Scientifico dell’Unità di Parma del programma di ricerca di interesse nazionale dal titolo “Teoria dei numeri, funzioni zeta ed applicazioni,” con Responsabile Nazionale Claudio Pedrini, al quale appartenevano la maggior parte dei Teorici Analitici dei Numeri italiani. Dal 2000 al 2010-2011 ho fatto parte dell’Unità di Genova dei seguenti progetti PRIN: “Funzioni L e numeri primi” (2000–2002, Alberto Perelli); “Funzioni L e problemi diofantei additivi”(2002–2004 e 2004–2006, Alberto Perelli); “Teoria analitica dei numeri e funzioni L” (2006–2008, Umberto Zannier); “Funzioni L e problemi analitici in teoria dei numeri” (2008–2010, Umberto Zannier); “Geometria algebrica aritmetica e teoria dei numeri” (2010–2011, Bruno Chiarellotto).

Altro Ho ottemperato agli obblighi militari di leva fra il 1990 ed il 1991.

2 Attività organizzativa

2.1 Attività di promozione della Matematica

2.1.1 Piano Nazionale Lauree Scientifiche

Dal 9 luglio 2012 al 2018 sono stato il Referente Locale di Parma del "Piano Nazionale Lauree Scientifiche." Per questo, ho provveduto alla redazione della domanda per il prolungamento del Piano all'Anno Accademico 2012–2013, il relativo rendiconto e la nuova domanda per l'Anno Accademico 2013–2014. Inoltre ho organizzato, tra le altre cose, i seminari conclusivi dei laboratori attivati, negli anni Accademici 2010–2011 e 2011–2012 all'interno dello Stage Estivo di cui sotto, e per gli Anni Accademici 2012–2013 e 2013–2014 come evento a sé stante.

2.1.2 Mostra "Oltre il Compasso"

Ho collaborato all'allestimento a Parma della Mostra "Oltre il Compasso", che è stata aperta al pubblico fra il 1° ottobre ed il 4 novembre 1998 ed ha avuto un notevole successo di pubblico (stimato in circa 7000 presenze) tanto che si è reso necessario il prolungamento dell'apertura di una settimana rispetto alla durata inizialmente prevista.

2.1.3 Intervento al "Lucca Comics & Science"

Sono stato invitato a presentare un laboratorio basato sull'esperienza descritta in [A65] in occasione di "Lucca Comics & Science," novembre 2023.

2.1.4 Orientamento degli studenti delle Scuole Superiori

A partire dall'Anno Accademico 2001–2002 sono responsabile per l'Area Matematica presso la Facoltà di Scienze dell'attività di Orientamento degli studenti degli ultimi anni delle Scuole Secondarie. Ho quindi collaborato alla realizzazione di sette edizioni del "Salone dello Studente" (16–18 maggio 2002, 29–30 maggio 2003, 13–15 maggio 2004, 5–7 maggio 2005, 11–13 maggio 2006, 3–5 maggio 2007, 8–10 maggio 2008), e di alcuni "Open Day" (24 settembre 2002, 12–13 febbraio 2003, 23 settembre 2003, maggio 2012, aprile 2013).

2.1.5 Stages per gli studenti delle Scuole Superiori

Ho organizzato nove stages per gli studenti delle Scuole Superiori, che hanno avuto luogo rispettivamente fra il 14 ed il 16 giugno 2005, fra il 13 ed il 16 giugno 2006, fra il 12 ed il 14 giugno 2007, fra l'11 ed il 13 giugno 2008, fra l'8 ed il 10 giugno 2009, fra il 9 e l'11 giugno 2010, fra il 13 ed il 15 giugno 2011, fra l'11 e il 13 giugno 2012, fra il 10 e il 12 giugno 2013. A ciascuno di questi eventi hanno partecipato circa 60–80 studenti, tranne quelli del 2010 e del 2011 che hanno avuto oltre 100 partecipanti.

2.1.6 Commissione “Immagine della Matematica e Orientamento”

Dall’inizio del 2006 all’inizio del 2017 ho fatto parte della Commissione “Immagine della Matematica e Orientamento” e ho collaborato al “Piano Nazionale Lauree Scientifiche” (PLS), di cui sono stato responsabile locale dal 2012 al 2015. Sono stato Presidente della Commissione e responsabile delle relative pagine web. Nell’Anno Accademico 2010–2011 ho coordinato il laboratorio di “Crittografia” al quale hanno partecipato 4 insegnanti delle Scuole Secondarie, in rappresentanza di due scuole, e 2 studenti della Laurea Magistrale in Matematica come tirocinanti. Nell’Anno Accademico 2011–2012 ho coordinato il laboratorio “Il Teorema di Pitagora” al quale hanno partecipato un’insegnante delle Scuole Secondarie ed uno studente della Laurea Magistrale in Matematica come tirocinante. Nell’Anno Accademico 2012–2013 ho coordinato il laboratorio di “Crittografia” al quale hanno partecipato 3 insegnanti delle Scuole Secondarie, ed il laboratorio “Il Teorema di Pitagora” al quale hanno partecipato due insegnanti delle Scuole Secondarie. Nell’Anno Accademico 2013–2014 ho coordinato il laboratorio di “Crittografia” al quale hanno partecipato 3 insegnanti delle Scuole Secondarie, ed il laboratorio “Frazioni continue” al quale ha partecipato un insegnante delle Scuole Secondarie. Nell’Anno Accademico 2014–2015 ho coordinato il laboratorio di “Crittografia” al quale ha partecipato un insegnante delle Scuole Secondarie, ed il laboratorio “Frazioni continue” al quale hanno partecipato due insegnanti delle Scuole Secondarie (Liceo Scientifico “Bertolucci” di Parma; Liceo “Paciolo–d’Annunzio di Fidenza). Ho coordinato due laboratori di “Crittografia” nel Liceo Scientifico “Bertolucci” di Parma anche nell’Anno Accademico 2015–2016. Ho coordinato il laboratorio “Collane, orecchini e scatolette” nel Liceo Classico “Romagnosi” nell’Anno Accademico 2022–2023.

Ho preparato il volume [2] che contiene i contributi dati al PLS tra gli anni 2010–2011 e 2012–2013, curato da me in collaborazione con il Prof. Marino Belloni. Ho recentemente preparato il volume [5], che contiene i contributi dati fra gli anni 2013–2014 e 2017–2018, in collaborazione con il Prof. Alberto Saracco. Ho tenuto una lezione della “Summer School: la matematica incontra il mondo,” San Pellegrino Terme (BG), 5–7 settembre 2016, per la quale ho scritto la dispensa [W10]. Ho tenuto il corso “Calcolo di aree con metodi elementari” nell’ambito del PLS di Parma, fra il 24 e il 27 ottobre 2016.

2.2 Organizzazione di Convegni

2.2.1 “Secondo Convegno Italiano di Teoria dei Numeri,” Parma, 13–15 novembre 2003

Sono stato l’Organizzatore locale del Convegno menzionato qui sopra, promosso dal progetto Cofin2002 “Funzioni zeta e L e problemi diofantei in teoria dei numeri.” Gli altri Organizzatori sono stati Alberto Perelli, Carlo Viola e Umberto Zannier. Al convegno hanno partecipato circa 50 persone, provenienti da almeno 6 Paesi diversi, nonostante quasi tutte le conferenze siano state in lingua italiana. Insieme agli altri Organizzatori, ho curato la redazione degli Atti, che sono apparsi nel numero speciale del 2004 della “Rivista di Matematica della Università di Parma.”

2.2.2 “Analytic Number Theory Workshop,” Parma, 15–16 maggio 2008

Ho organizzato anche questo piccolo convegno.

2.2.3 "The fourth mini symposium of the Roman Number Theory Association," Università Europea di Roma, 18–20 aprile 2018

Coorganizzato con Marina Monsurrò, Francesco Pappalardi, Valerio Talamanca.

2.2.4 "The fifth mini symposium of the Roman Number Theory Association, Università Europea di Roma, Roma 10–12 aprile 2019

Coorganizzato con Fabrizio Barroero, Marina Monsurrò, Francesco Pappalardi, Valerio Talamanca.

2.2.5 La De Cifris incontra Torino, Politecnico e Università di Torino, 14 ottobre 2019

Coorganizzato con Danilo Bazzanella, Antonio Di Scala, Alessandro Languasco, Alberto Leporati, Nadir Murru, Lea Terracini, Andrea Visconti.

2.2.6 Number Theory Online

18, 24 febbraio e 4 marzo 2021. Coorganizzato con Andrea Bandini e Alessandro Gambini.

2.3 Organizzazione di Scuole e Seminari

2.3.1 Mini-corso di Carl Pomerance

Nell'autunno del 2002 ho organizzato un mini corso di "Teoria Computazionale dei Numeri" tenuto da Carl Pomerance, dei Bell Labs. Le 4 lezioni hanno toccato i temi dei criteri di primalità, incluso il recentissimo risultato (agosto 2002) che dimostra l'esistenza di un algoritmo *polinomiale* per determinare la primalità di intero, metodi di fattorizzazione e algoritmi per la determinazione del logaritmo discreto. Sono state rivolte soprattutto agli studenti di "Teoria dei Numeri" (Corso di Laurea in Matematica) e di "Sistemi di Elaborazione" (Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica), ma hanno visto la partecipazione di numerosi studenti dei Corsi di "Programmazione: Metodi Avanzati," oltre a studenti e neo-laureati del Corso di Laurea in Matematica dell'Università di Parma, ed anche qualcuno proveniente da Firenze e Bari. Inoltre, hanno partecipato a qualche lezione di questo corso anche alcuni studenti di Dottorato provenienti dall'Università di Milano, e Docenti di Matematica, Fisica ed Ingegneria delle Università di Parma, Pisa, Ferrara, Napoli, Genova, Milano, Padova, Firenze, Verona, Poznań. Il totale delle presenze è stato di circa 170 persone.

2.3.2 Seminari

Ho organizzato tre "Giornate di Teoria dei Numeri." La prima si è tenuta il 20 maggio 2004 con tre conferenze, la seconda il 18 maggio 2007, con due conferenze, e la terza, con tre conferenze, il 13 giugno 2007.

2.3.3 “Basic Theory of the Selberg Class,” Parma, 28–30 ottobre 2015

Ho organizzato questo mini-corso nell’ambito del Dottorato in Convenzione con le Università di Ferrara e Modena-Reggio Emilia. I docenti sono stati i Professori Jerzy Kaczorowski ed Alberto Perelli.

2.3.4 “Diophantine Problems with prime variables,” Parma, 30 maggio–1° giugno 2016

Ho organizzato questo mini-corso nell’ambito del Dottorato in Convenzione con le Università di Ferrara e Modena-Reggio Emilia. Il docente è stato il Professor Alessandro Languasco.

2.3.5 “Prima Giornata dei Dottorandi di Teoria dei Numeri,” Parma, 23 marzo 2017

Coorganizzato con Andrea Bandini. Cinque conferenze di studenti alla fine del loro corso di Dottorato di Ricerca.

2.3.6 “Girotondo su π tra formule e racconti (Pisa celebra la giornata mondiale del π),” Pisa, 14 marzo 2018

Coorganizzato con Roberto Marangoni.

2.3.7 “Seconda Giornata dei Dottorandi di Teoria dei Numeri,” Parma, 12 aprile 2018

Coorganizzato con Andrea Bandini e Maria Valentino.

2.3.8 “Terza Giornata dei Dottorandi di Teoria dei Numeri,” Parma, 14 maggio 2019

Coorganizzato con Andrea Bandini e Maria Valentino.

2.3.9 “Quarta Giornata dei Dottorandi di Teoria dei Numeri,” 1° giugno 2021 (online)

Coorganizzato con Andrea Bandini, Alessandro Gambini e Maria Valentino.

2.3.10 “Quinta Giornata dei Dottorandi di Teoria dei Numeri,” 31 maggio 2023

Coorganizzato con Andrea Bandini, Alessandro Gambini e Maria Valentino.

3 Descrizione dell’attività di ricerca

3.1 Intervalli fra numeri primi consecutivi

Il problema centrale della Teoria Analitica dei Numeri è la distribuzione dei numeri primi. Nella Tesi di Laurea [D1] ho affrontato il problema di determinare grandi intervalli fra primi consecutivi nelle progressioni aritmetiche. Sia $\mathfrak{P}$ l'insieme dei numeri primi. Il Teorema dei Numeri Primi, nella forma

$$\pi(x) \stackrel{\text{def}}{=} |\{p \le x \colon p \text{ è primo}\}| = \bigl|[1,x] \cap \mathfrak{P}\bigr| \sim \int_2^x \frac{\mathrm{d}t}{\log t} \sim \frac{x}{\log x} \tag{1}$$

suggerisce che l'n-esimo numero primo p_n debba essere approssimativamente uguale ad $n \log n$ e quindi che la distanza "media" fra due numeri primi consecutivi p_n e p_{n+1} sia circa $\log p_n$. È evidentemente interessante considerare le deviazioni da questo comportamento medio. Varie argomentazioni euristiche portano a ritenere che, posto

$$G(x) \stackrel{\text{def}}{=} \max_{p_n \le x} (p_{n+1} - p_n),$$

la funzione $G(x)$ debba essere dell'ordine di grandezza $(\log x)^2$ (modello probabilistico di H. Cramér, ca. 1930), ma siamo ancora molto lontani da questo risultato. Il miglior risultato noto oggi è la minorazione

$$G(x) \ge \bigl(c + o(1)\bigr) \log x \log\log x \, \frac{\log\log\log\log x}{(\log\log\log x)^2}, \tag{2}$$

per un opportuno valore di $c > 0$. In particolare, nel 1997 Pintz ha ottenuto $c \ge 2\mathrm{e}^{\gamma}$, dove γ è la costante di Eulero. Nella Tesi di Laurea [D1] ho descritto il metodo usato nel 1990 da Maier & Pomerance che hanno ottenuto la (2) con $c = 1.3\mathrm{e}^{\gamma}$ nel caso della successione naturale dei primi, e generalizzato un risultato di Rankin del 1962 alle progressioni aritmetiche. Un ulteriore rafforzamento di quest'ultimo si trova nell'articolo indicato piú avanti con [A1]. Piú precisamente, per $q \in \mathbb{N}^*$ e per $a \in \mathbb{Z}$ con $(a, q) = 1$ poniamo

$$G(x; q, a) \stackrel{\text{def}}{=} \max_{\substack{p_n \le x \\ p_n \equiv p_{n+1} \equiv a \bmod q}} (p_{n+1} - p_n),$$

dove p_n e p_{n+1} sono numeri primi consecutivi nella progressione aritmetica $a \bmod q$. Inoltre, sia $\omega(q)$ il numero dei fattori primi distinti di q. Nell'articolo [A1] si dimostra che fissato $C \in (0, 1)$, allora, uniformemente per tutti i q tali che

$$\omega(q) \le \exp\left\{C \log\log x \, \frac{\log\log\log\log x}{\log\log\log x}\right\}$$

si ha

$$G(qx; q, a) \ge \bigl(\mathrm{e}^{\gamma} + o_C(1)\bigr)\phi(q) \log x \, \log\log x \, \frac{\log\log\log\log x}{(\log\log\log x)^2},$$

dove $\phi(q) := |\{n \in \mathbb{N} \colon 1 \le n \le q, (n, q) = 1\}|$ è la funzione di Eulero. La presenza del fattore $\phi(q)$ è dovuta al fatto che solo approssimativamente 1 ogni $\phi(q)$ primi è nella progressione aritmetica $a \bmod q$, per il Teorema dei Numeri Primi nelle Progressioni Aritmetiche.

Per ottenere questo genere di risultati le tecniche utilizzate sono principalmente i moderni metodi di crivello.

3.2 Le congetture di Hardy & Littlewood

Negli anni successivi ho studiato una congettura di Hardy & Littlewood (1922) relativa alla possibilità di rappresentare ogni intero n sufficientemente grande come somma di un numero primo e di una k-esima potenza, dove $k \geq 2$ è un intero fissato, escludendo un "piccolo" insieme di eccezioni naturali, e cioè le d-esime potenze perfette, dove $d \mid k$ e $d > 1$.

Piú in generale, un problema classico della Teoria Analitica dei Numeri è il seguente: sono dati 2 sottoinsiemi di $\mathbb{N}$, $\mathcal{A}_1$ ed $\mathcal{A}_2$, non necessariamente distinti. Dato $n \in \mathbb{N}$, vogliamo determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$n = a_1 + a_2 \qquad \text{dove } a_j \in \mathcal{A}_j \text{ per } j = 1, 2$$

o dimostrare che per n sufficientemente grande questa equazione ha almeno una soluzione. In alcuni casi (per esempio il problema di Goldbach in cui $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2 = \mathfrak{P}$, l'insieme di tutti i numeri primi) c'è da tenere conto di ostacoli di natura aritmetica e quindi si introduce un insieme "naturale" di eccezioni (i numeri dispari). Altre eccezioni naturali sono gli interi troppo piccoli per poter essere rappresentati.

Hardy & Littlewood congetturano una formula asintotica per

$$r_k(n) \stackrel{\text{def}}{=} |\{(m, p) \in \mathbb{N} \times \mathfrak{P} \colon n = m^k + p\}|, \tag{3}$$

dove k è fissato con $k \in \{2, 3\}$, e per $n \to \infty$, con $n \notin \{m^k \colon m \in \mathbb{N}\}$. Basandosi sul Teorema dei Numeri Primi (1) e sulla distribuzione delle k-esime potenze nelle classi di resto, la loro congettura prende la forma

$$r_k(n) \sim \mathfrak{S}_k(n) \frac{n^{1/k}}{\log n} \qquad \text{dove} \qquad \mathfrak{S}_k(n) \stackrel{\text{def}}{=} \prod_p \left(1 - \frac{\rho_k(p, n) - 1}{p - 1}\right), \tag{4}$$

e $\rho_k(p,n) := |\{h \bmod p \colon h^k \equiv n \bmod p\}|$, quando $n \to +\infty$ con $n \notin \{m^k \colon m \in \mathbb{N}\}$. Il prodotto infinito è fatto su tutti i numeri primi in ordine crescente, e risulta convergente (ma non assolutamente) se $n \neq m^k$, e diverge a 0 altrimenti, poiché in questo caso $\rho_k(p,n) = k$ per tutti i numeri primi $p \equiv 1 \bmod k$. Il fattore $\mathfrak{S}_k(n)$ riflette le proprietà "aritmetiche" di n, e dipende dalla distribuzione delle k-esime potenze nelle classi di resto, mentre il fattore $n^{1/k}(\log n)^{-1}$ è legato alla "densità" delle successioni dei numeri primi e delle k-esime potenze.

Si tratta di un problema additivo classico analogo alla congettura di Goldbach: la difficoltà principale risiede nel fatto che in quest'ultimo problema si cerca di rappresentare ogni numero pari come somma di due primi, mentre nella congettura di Hardy & Littlewood si sostituisce un addendo con una k-esima potenza. Per il Teorema dei Numeri Primi (1), i numeri primi sono estremamente piú numerosi delle potenze, e questo provoca, nel problema che ho affrontato, numerose difficoltà tecniche: per maggiori dettagli si veda il §3 del lavoro [A4]. Fra queste possiamo citare il fatto che nel problema di Goldbach il prodotto corrispondente a quello nella (4), definito nella (11), risulta assolutamente convergente ed è quindi relativamente semplice darne una stima. Un'altra difficoltà tecnica è esposta alla fine del presente paragrafo.

La stessa argomentazione euristica di Hardy & Littlewood porta, piú in generale, a congetturare che la formula asintotica (4) valga qualunque sia l'intero $k \geq 2$ fissato, quando $n \to +\infty$ ed $n \notin \mathrm{Rid}(k)$, dove

$$\mathrm{Rid}(k) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{n \in \mathbb{N}^* \colon x^k - n \text{ è riducibile su } \mathbb{Q}\}.$$

Per esempio, si noti che, se n è un quadrato perfetto, allora

$$n = a^2 = m^2 + p \qquad \Longrightarrow \qquad p = (a-m)(a+m).$$

Se p è un numero primo, dobbiamo necessariamente avere $a - m = 1$ ed $a + m = p$, da cui $r_2(a^2) = 1$ se $2a - 1$ è primo, e 0 altrimenti. In generale, se $n \in \mathrm{Rid}(k)$ allora $r_k(n) \in \{0, 1\}$ (*cfr* l'Appendice di [A4]). Non è difficile caratterizzare l'insieme $\mathrm{Rid}(k)$: infatti vale l'uguaglianza (*cfr*, di nuovo, l'Appendice di [A4])

$$\mathrm{Rid}(k) = \bigcup_{p \mid k} \{m^p \colon m \in \mathbb{N}\}.$$

In altre parole, $\mathrm{Rid}(k)$ è un insieme di potenze perfette.

Nella tesi di Dottorato [D2] e nei lavori indicati piú in basso con le sigle [A2], [A3], [A4], ho ottenuto risultati sul numero di eccezioni alla congettura di Hardy & Littlewood: per $k \geq 2$ sia

$$\mathcal{E}_k \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{n \in \mathbb{N}^* \colon r_k(n) = 0\}$$

l'insieme "eccezionale" del problema di Hardy & Littlewood. Le argomentazioni euristiche di cui sopra suggeriscono che per ogni $k \geq 2$ esista N_k tale che

$$\mathcal{E}_k \subseteq [1, N_k] \cup \mathrm{Rid}(k)$$

cioè che gli interi eccezionali siano alcuni interi molto piccoli, e quelli per cui c'è un ostacolo di tipo aritmetico alla possibilità di rappresentazione. Sia dunque

$$E_k(X) \stackrel{\mathrm{def}}{=} |\mathcal{E}_k \cap [1, X]| = |\{n \leq X \colon r_k(n) = 0\}|.$$

In altre parole, contiamo il numero di eccezioni alla congettura "debole" che $r_k(n) \geq 1$ per n sufficientemente grande con $n \notin \mathrm{Rid}(k)$. Ho dimostrato che per $k \geq 3$ esiste $\delta = \delta(k) > 0$ tale che $E_k(X) = \mathcal{O}\bigl(X^{1-\delta}\bigr)$, che $E_k(X + H) - E_k(X) = \mathcal{O}\bigl(H(\log X)^{-A}\bigr)$ per $X^{7(1-1/k)/12+\varepsilon} \leq H \leq X$, e ho ottenuto stime per il numero di interi per cui vale la formula asintotica. Inoltre ho ottenuto stime esplicite incondizionali per $\delta(k)$, ed anche stime condizionali, supponendo la validità della Congettura Generalizzata di Riemann. Parte di questi risultati sono stati ottenuti in collaborazione con A. Perelli.

Queste ricerche non sono ancora concluse: si vedano i risultati relativi al caso polinomiale [A9]. Inoltre ho cominciato a studiare il problema della determinazione di maggiorazioni non banali per la distanza fra interi consecutivi che sono rappresentabili come somma di un numero primo e di una k-esima potenza.

3.3 Il metodo del cerchio

Per motivi di natura tecnica che esporremo piú diffusamente nel §3.8, si preferisce studiare una media pesata del numero di rappresentazioni di n come somma di un primo e di una k-esima potenza, come definito nella (3). In pratica, si preferisce studiare la quantità

$$R_k(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=h+m^k} \Lambda(h)$$

dove Λ è la funzione di von Mangoldt definita da

$$\Lambda(n) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \log p & \text{se } n = p^m \text{ per qualche } p \in \mathfrak{P} \text{ ed } m \in \mathbb{N}^*, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases} \tag{5}$$

Il metodo usato in quasi tutte queste stime è il cosiddetto metodo del cerchio ideato da Hardy & Ramanujan nel 1918, e perfezionato da Hardy & Littlewood negli anni 20 del ventesimo secolo. Questo si basa sull'identità

$$R_k(n) = \int_0^1 S_N(\alpha) F_k(\alpha) \mathrm{e}^{-2\pi \mathrm{i} \alpha n} \, \mathrm{d}\alpha \tag{6}$$

(formula per il coefficiente di Fourier n-esimo) dove

$$S_N(\alpha) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n \le N} \Lambda(n) \, \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} n \alpha} \qquad \text{e} \qquad F_k(\alpha) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m^k \le N} \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} m^k \alpha}.$$

L'identità (6) qui sopra è valida per $n \le N$. Nel caso del problema di Goldbach abbiamo, analogamente,

$$R(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{a_1 + a_2 = n} \Lambda(a_1) \Lambda(a_2) = \int_0^1 S_N(\alpha)^2 \mathrm{e}^{-2\pi \mathrm{i} \alpha n} \, \mathrm{d}\alpha. \tag{7}$$

Si può facilmente osservare che l'identità di Parseval dà, nei due casi

$$|R_k(n)|^2 \le \int_0^1 |S_N(\alpha)|^2 \, \mathrm{d}\alpha \int_0^1 |F_k(\alpha)|^2 \, \mathrm{d}\alpha = O\Big(N^{1+1/k} \log N\Big) \tag{8}$$

$$|R(n)|^2 \le \left(\int_0^1 |S_N(\alpha)|^2 \, \mathrm{d}\alpha \right)^2 = O\Big(N^2 (\log N)^2\Big), \tag{9}$$

dove abbiamo usato anche il Teorema dei Numeri Primi (1). Questo mostra che anche la complessità analitica, e non solo quella aritmetica, del problema di Hardy & Littlewood, è superiore a quella del problema di Goldbach. Infatti, per queste quantità "pesate" ci si aspetta che per $n \approx N$,

$$R_k(n) \approx n^{1/k}, \qquad R(n) \approx n.$$

Confrontando quest'ultima relazione con le (8)–(9), risulta evidente che l'identità di Parseval fornisce un'ottima approssimazione per $R(n)$ ed una molto cattiva per $R_k(n)$. Inoltre, la qualità di questa approssimazione peggiora quando $k \to +\infty$.

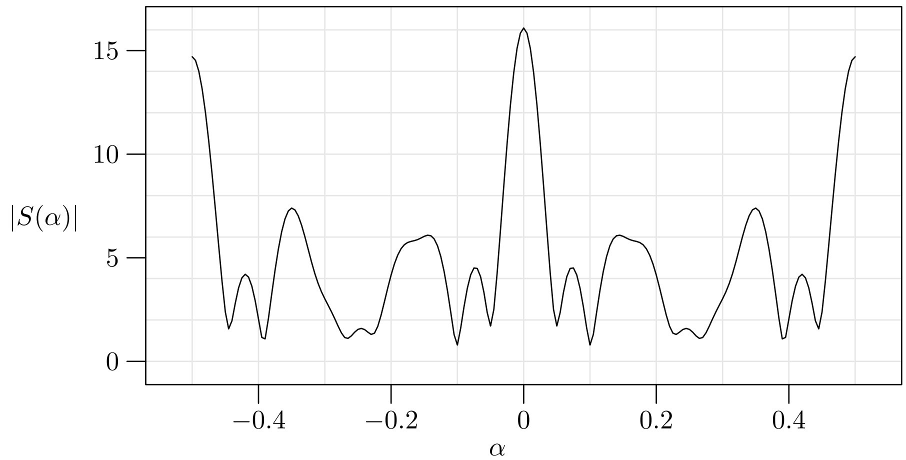

Figura 1: Il grafico di $|S_N(\alpha)|$ quando $N = 20$.

Dissezione del cerchio unitario. Diamo ora una breve descrizione del metodo del cerchio. Si noti che, nella notazione introdotta nel §3.8, per il Teorema dei Numeri Primi (1) si ha $S_N(0) = \psi(N) \approx N$, $S_N(\frac{1}{2}) \approx -\psi(N) \approx -N$, e che in generale, se q non è troppo grande ed $(a, q) = 1$, ripartendo i numeri primi nelle $\phi(q)$ classi di resto prime con q ed usando il Teorema dei Numeri Primi per le Progressioni Aritmetiche e la formula chiusa per le somme di Ramanujan, si ottiene l'uguaglianza approssimata

$$S_N\left(\frac{a}{q}\right) \approx \frac{\mu(q)}{\phi(q)} N$$

dove μ è la funzione di Möbius, e $\mu(n) \in \{-1, 0, 1\}$ (*cfr* la discussione nel §2 di [A4]). In altre parole, $|S_N|$ è relativamente grande in prossimità dei numeri razionali con denominatore "piccolo," come è anche suggerito dalla Figura 1 nel caso $N = 20$. Un'idea efficace è approssimare $S_N(\alpha)$ (in prossimità dei picchi descritti qui sopra) con opportuni traslati della quantità

$$T_N(\alpha) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n \le N} \mathrm{e}^{2\pi i n\alpha},$$

che è la somma dei termini di una progressione geometrica di ragione $\mathrm{e}^{2\pi i\alpha}$ ed è quindi facile da stimare esattamente. La Figura 2 evidenzia il picco di $|T_N(\alpha)|$ in prossimità di $\alpha = 0$. Dato che S_N è una funzione continua, si può mostrare che l'approssimazione di S_N con T_N è valida (con un errore accettabile) su un insieme di archi, detti *archi principali*, approssimativamente centrati sui numeri razionali con denominatore "piccolo." In questo contesto, "piccolo" significa minore di un'opportuna funzione di n che dipende dal tipo di problema in questione e può andare da una potenza arbitrariamente grande di $\log n$ ad una potenza piccola di n.

Se invece α non è prossimo ad un razionale con denominatore "piccolo" non è possibile dare una ragionevole stima individuale (cioè per n fissato) di $S_N(\alpha)$, ma solo in media quadratica su tutti gli $n \le N$, per mezzo dell'identità di Parseval. È essenzialmente per questo motivo che compare l'insieme di eccezioni. Il complementare degli archi principali è l'insieme degli *archi secondari*.

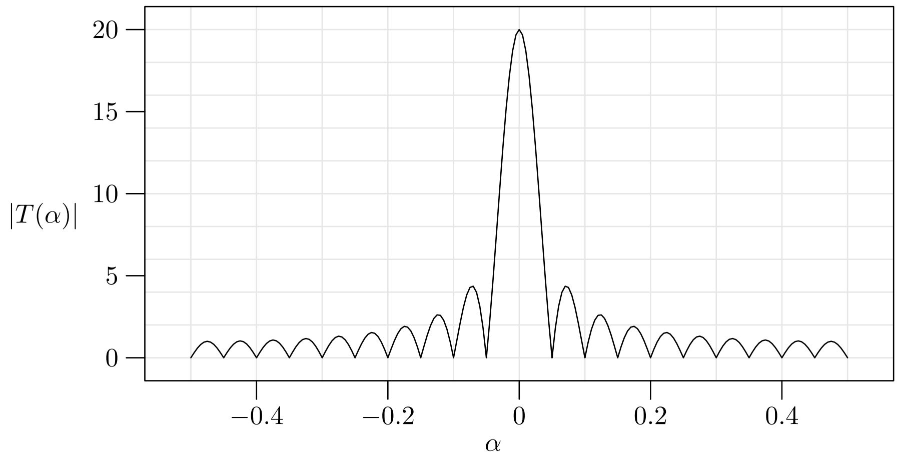

Figura 2: Il grafico di $|T_N(\alpha)|$ quando $N = 20$.

Le tecniche usate per questo tipo di problemi includono il metodo del cerchio di Hardy, Littlewood e Ramanujan, la disuguaglianza di Weyl e le stime di Vinogradov sugli archi secondari, la tecnica degli zeri esclusi (introdotta nel 1975 da Montgomery & Vaughan e raffinata da Brünner, Perelli & Pintz nel 1989), stime del tipo di Burgess per le somme di caratteri e il crivello grande per la serie singolare.

In particolare, il trattamento della serie singolare quando $k > 2$ risulta assai piú delicato del trattamento nel caso $k = 2$, a causa della mancanza di un'opportuna legge di reciprocità, al posto della reciprocità quadratica scoperta da Gauss. Infatti, nel caso $k = 2$ è possibile esprimere le somme parziali di $\mathfrak{S}_2(n)$ come prodotto di un'opportuna funzione L di Dirichlet relativa ad un carattere quadratico, e di una funzione olomorfa nel semipiano $\Re(s) > 0$, usando le tecniche standard dell'analisi complessa. Questo dipende dal fatto che $\rho_2(p, n) = 1 + \bigl(n \mid p\bigr)$ per $p \neq 2$ e, per la legge di reciprocità quadratica di Gauss, il simbolo di Legendre $\bigl(n \mid p\bigr)$ è essenzialmente un carattere quadratico modulo n. Nel caso $k > 2$, invece, il numero di caratteri che compare nell'analoga espressione di $\rho_k(p, n)$ cresce con k, provocando diverse complicazioni tecniche e la necessità di utilizzare il crivello grande.

Una descrizione piú dettagliata e piú precisa dei risultati con discussione degli stessi si trova nell'introduzione della Tesi citata [D2] e nell'articolo [A4].

3.4 Medie per la formula asintotica in intervalli corti

In un lavoro con Alessandro Languasco [A17], abbiamo studiato il problema di determinare per quanti interi è vero che la formula asintotica vale, almeno in media negli intervalli "corti." Posto

$$R_k(n) \overset{\text{def}}{=} \sum_{\substack{m_1, m_2^k \in [X/2, X] \\ m_1 + m_2^k = n}} \sum \Lambda(m_1) \qquad \text{e} \qquad M_k(n) \overset{\text{def}}{=} \sum_{\substack{m_1, m_2 \in [X/2, X] \\ m_1 + m_2 = n}} \sum \frac{1}{k} m_1^{1/k - 1},$$

il nostro risultato principale è il seguente. Sia $U = U(X) \to +\infty$ quando $X \to +\infty$: la relazione

$$\sum_{n=N}^{N+H} R_k(n) \sim \sum_{n=N}^{N+H} M_k(n) \qquad \text{quando } X \to +\infty \tag{10}$$

vale con al massimo $O(XU^{-1})$ eccezioni per $H \ge \max\{X^{1-2/k}U; X^{1/6}U^{1/2}\}$.

Nello stesso lavoro dimostriamo anche un risultato condizionale, supponendo che valga la Congettura di Riemann. Se $X^{1/2}\log X \le H \le X$ allora la formula (10) vale con al massimo $\ll XH^{-1}\log^4 X + X^{1-2/k}\log X$ eccezioni. Se $H \le X^{1/2}\log X$ allora la formula (10) vale con al massimo $\ll XH^{-1}\log^2 X + H\log^2 X + X^{1-2/k}\log X$ eccezioni. Qui e nel seguito la notazione di Vinogradov $\ll$ equivale a quella di Bachmann-Landau $O(\cdot)$.

3.5 Somme di primi e potenze di 2

Ho anche studiato un problema simile insieme ad Alessandro Languasco e János Pintz [A15]: si tratta di una variante del problema di Goldbach classico, in cui però si considerano interi pari che siano rappresentabili come $p_1 + p_2 + 2^{\mu_1} + \cdots + 2^{\mu_k}$, dove p_1 e p_2 sono numeri primi e gli esponenti μ_i sono interi positivi. Il nostro obiettivo è quello di dare una maggiorazione per il numero di interi pari nell'intervallo $[1, X]$ per i quali non è valida la formula asintotica attesa: in effetti, troviamo che, fissato l'intero $k \ge 1$, per "quasi tutti" gli interi pari nell'intervallo citato vale la formula asintotica attesa. Piú precisamente, poniamo

$$R_k''(N) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{\substack{m_1,m_2 \le X \\ (\mu_1,\dots,\mu_k)\in[1,L]^k \\ m_1+m_2+2^{\mu_1}+\cdots+2^{\mu_k}=N}} \Lambda(m_1)\Lambda(m_2) \quad \text{e} \quad R(N) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{\substack{m_1,m_2\le X \\ m_1+m_2=N}} \Lambda(m_1)\Lambda(m_2).$$

Osserviamo che, essenzialmente, la funzione R conta il numero di rappresentazioni di N come somma di due numeri primi con un peso logaritmico. Indichiamo con

$$\mathfrak{S}(n) \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{p\nmid n}\left(1 - \frac{1}{(p-1)^2}\right)\prod_{p\mid n}\frac{p}{p-1} \tag{11}$$

la "serie singolare" per il problema di Goldbach, ricordando che $\mathfrak{S}(n) = 0$ se n è dispari mentre, se n è pari, si ha

$$\mathfrak{S}(n) = 2c_0 \prod_{\substack{p\mid n \\ p>2}} \frac{p-1}{p-2}, \qquad \text{dove} \qquad 2c_0 \stackrel{\text{def}}{=} 2\prod_{p>2}\left(1 - \frac{1}{(p-1)^2}\right)$$

è la cosiddetta costante dei primi gemelli.

L'enunciato preciso è il seguente: sia $k \ge 1$ un intero fissato. Dato arbitrariamente $\eta > 0$, sia $X > X_0(k,\eta)$ dove X_0 è sufficientemente grande. Poniamo $L = \log_2(X)$. Esiste una costante $C(k,N) \in [1,2]$ tale che per tutti gli interi pari $N \in [1,X]$ si ha

$$\left|R_k''(N) - C(k,N)NL^k\right| \le \eta N L^k,$$

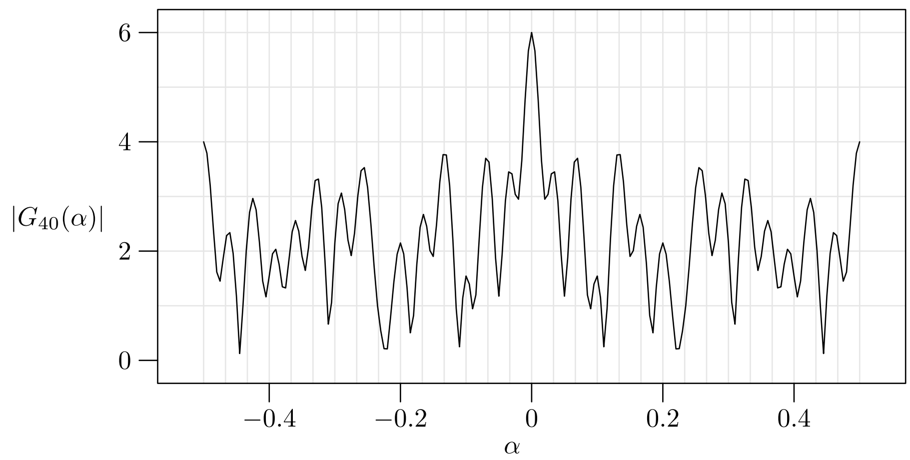

Figura 3: Il grafico di $|G_N(\alpha)|$ quando $N = 40$.

a parte un insieme di non piú di $O_k\Big(X^{3/5}(\log X)^{10}\Big)$ valori eccezionali.

La dimostrazione usa come ingrediente fondamentale una nuova "formula esplicita" per il problema di Goldbach, dimostrata da Pintz, che generalizza l'idea degli zeri esclusi di Montgomery e Vaughan a cui si faceva riferimento prima, ed anche una complessa argomentazione di natura essenzialmente combinatoria. Uno dei problemi consiste nella difficoltà nell'individuare gli "archi principali" per la somma esponenziale

$$G_N(\alpha) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{1 \le \nu \le (\log N)/\log 2} e\big(2^\nu \alpha\big),$$

che è rilevante per questo problema: si veda la Figura 3.

3.6 Problemi diofantei con numeri primi

Con Alessandro Languasco ho studiato un problema simile a quello trattato nel precedente paragrafo §3.5, ottenendo un raffinamento di un risultato di Parsell del 2003. In particolare, supponiamo che λ_1 e λ_2 siano numeri reali, tali che λ_1/λ_2 sia negativo e irrazionale. Supponiamo inoltre che μ_1, …, μ_s siano numeri reali non nulli tali che λ_1/μ_i e $\lambda_2/\mu_j \in \mathbb{Q}$ per qualche scelta degli indici i, $j \in \{1, \dots, s\}$. Infine, sia $\eta > 0$ arbitrario. Parsell ha dimostrato che esiste un intero $s_0 > 2$, che dipende da λ_1, λ_2, μ_1, …, μ_s, η, tale che per ogni numero reale γ ed ogni intero $s > s_0$, la disuguaglianza

$$|\, \lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \mu_1 2^{m_1} + \cdots + \mu_s 2^{m_s} + \gamma \,| < \eta$$

ha infinite soluzioni in primi p_1 e p_2 ed interi positivi $m_1, \dots, m_s$. Il nostro lavoro [A26] contiene un miglioramento delle stime dal basso per il minimo valore ammissibile di s_0. Anche in questo caso, parte della difficoltà dipende dalla localizzazione degli "archi principali" per la somma esponenziale $G(\alpha)$: si veda la Figura 3.

Un problema simile, con un numero primo e 3 quadrati di primi, è studiato in [A31]: in questo caso, le condizioni sui rapporti dei coefficienti λ sono leggermente diverse e, soprattutto, η può tendere a 0 come una (piccola) potenza negativa di $\max_j p_j$. Ulteriori risultati dello stesso tipo sono descritti in [A32], [A34] ed [A47] (quest'ultimo scritto anche con Alessandro Gambini). Tra gli strumenti usati, una opportuna generalizzazione dell'integrale di Selberg, descritta nel §3.10.

3.7 Numero medio di rappresentazioni di un intero pari come somma di numeri primi

Ricordiamo la definizione della funzione $R(n)$ che conta con peso opportuno il numero delle rappresentazioni di un intero n come somma di potenze di numeri primi data nella (7). Nell'articolo [A28], scritto con Alessandro Languasco, abbiamo migliorato un lavoro di Bhowmik & Schlage-Puchta (2010), dimostrando che, se è vera la Congettura di Riemann allora

$$\sum_{n=1}^{N} R(n) = \frac{1}{2}N^2 - 2\sum_{\rho} \frac{N^{\rho+1}}{\rho(\rho+1)} + O\Bigl(N \log^3 N\Bigr), \tag{12}$$

dove $\rho = 1/2 + i\gamma$ percorre gli zeri non banali della funzione ζ di Riemann.

Nell'articolo [A29] studiamo un problema analogo per il numero di rappresentazioni di n come somma di $k \geq 3$ potenze di numeri primi, in cui non si considera una media, come nel caso qui sopra, ed è quindi necessaria la Congettura di Riemann Generalizzata. Ulteriori sviluppi di queste idee si trovano nell'articolo [A35], dove si danno "formule esplicite" (in termini degli zeri della funzione zeta di Riemann) per

$$\sum_{n=1}^{N} \Bigl(1 - \frac{n}{N}\Bigr)^k R(n)$$

dove $k > 1$ è un parametro reale. Queste "formule esplicite" contengono termini che dipendono da opportune combinazioni di valori della funzione Gamma di Eulero, valutata negli zeri della funzione zeta di Riemann. Nel caso $k = 0$ si riottiene (formalmente) la (12), nella quale la funzione Gamma appare, implicitamente, come $\Gamma(\rho)/\Gamma(\rho + 2)$.

Ulteriori ricerche in questa direzione sono contenute nell'articolo [A46], nel quale diamo una formula analoga alla (12) valida in "intervalli corti" e cioè un'espressione per

$$\sum_{n=N-H}^{N+H} R(n)$$

(che può essere suggerita ma non dimostrata a partire dalla (12), calcolandola in $N + H$ ed in $N - H$ e facendo la differenza) valida per H relativamente piccolo.

Inoltre, in [A33] applichiamo una tecnica simile, ma piú complicata, ai numeri di Hardy & Littlewood, quelli cioè che si rappresentano come somma di un numero primo e di un quadrato perfetto, di cui parliamo, da un altro punto di vista, nei §§3.2–3.4. La principale complicazione tecnica dipende dal fatto che le trasformazioni integrali che usiamo, invece di condurre alla funzione Gamma di Eulero come nel caso del problema di Goldbach, portano a serie di funzioni di Bessel di indice complesso illimitato.

3.8 L'integrale di Selberg

Ho anche rivolto la mia attenzione all'integrale di Selberg $J(X, h)$ definito qui appresso nella (14): si tratta di uno strumento di uso comune che permette di ottenere buone informazioni anche in problemi additivi come quelli discussi qui sopra, conoscendo stime in media legate alla distribuzione dei numeri primi. Il Teorema dei Numeri Primi (1) suggerisce che se $h \le x$ non è troppo piccolo, debba valere una relazione del tipo

$$\pi(x) - \pi(x-h) \sim \int_{x-h}^{x} \frac{\mathrm{d}t}{\log t} \sim \frac{h}{\log x}. \tag{13}$$

Per motivi di natura tecnica (*v. infra*) spesso si preferisce enunciare i risultati sui numeri primi in termini della funzione ψ di Chebyshev, definita da

$$\psi(x) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \sum_{n \le x} \Lambda(n),$$

dove Λ è la funzione di von Mangoldt definita nella (5). Questi sono i coefficienti nello sviluppo in serie di Dirichlet della funzione $-\zeta'/\zeta$, dove ζ è la funzione zeta di Riemann. Se $x \notin \mathbb{N}$ con $x > 1$ si hanno le relazioni equivalenti

$$\psi(x) = \frac{1}{2\pi \mathrm{i}} \int_{c-\mathrm{i}\infty}^{c+\mathrm{i}\infty} -\frac{\zeta'}{\zeta}(s)\, \frac{x^s}{s}\, \mathrm{d}s, \qquad -\frac{\zeta'}{\zeta}(s) = s \int_{1}^{+\infty} \frac{\psi(x)}{x^{s+1}}\, \mathrm{d}x$$

dove $c > 1$. Non esiste una relazione altrettanto semplice fra le funzioni π e ζ ed è essenzialmente questo il motivo per cui si preferisce introdurre la funzione ψ: piú precisamente, la relazione analoga fra π e ζ contiene il logaritmo di quest'ultima, con gli evidenti problemi di prolungamento analitico all'interno della striscia $0 < \Re(s) < 1$, dove è noto che ζ ha infiniti zeri.

Non è difficile dimostrare che $\psi(x) \sim \pi(x) \log x$ e quindi il Teorema dei Numeri Primi (1) può essere espresso nella forma $\psi(x) \sim x$. L'analoga della (13) è dunque la congettura $\psi(x) - \psi(x-h) \sim h$.

Ho ridimostrato il classico risultato di Ingham-Huxley

$$J(x, h) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \int_{x}^{2x} \bigl| \psi(t) - \psi(t-h) - h \bigr|^2 \, \mathrm{d}t = o(xh^2) \tag{14}$$

quando $h \ge x^{1/6+\varepsilon}$, per mezzo di una identità di Heath-Brown [A5]; la (14), dunque, permette di dedurre che, in norma L^2, la differenza $\psi(x) - \psi(x-h)$ è prossima al valore atteso h.

Successivamente ho dimostrato nel lavoro [A6] che $J(x, h) = o(xh^2)$ piú in generale, anche per $h \ge x^{1/6-\varepsilon(x)}$, purché $\varepsilon(x) \to 0$ quando $x \to \infty$. Piú precisamente, se $\varepsilon(x) \ge 0$ per ogni $x \ge 1$ ed $\varepsilon(x) \to 0$, allora

$$J(x, h) = O\left(xh^2 \left(\varepsilon(x) + \frac{\log \log x}{\log x} \right)^2 \right).$$

Tra gli ingredienti fondamentali per la dimostrazione vi sono teoremi di densità e regioni libere da zeri per la funzione zeta di Riemann, decomposizione di serie di Dirichlet in opportuni polinomi mediante identità simili a quelle impiegate da Heath-Brown, e teoremi di valor medio per la norma L^2 di polinomi di Dirichlet su segmenti verticali nel piano complesso.

Infine, ho studiato le conseguenze di maggiorazioni esplicite per $J(x,h)$, in termini di teoremi di densità e di regioni libere da zeri per la funzione zeta di Riemann (vedi [A8, A12]). Questi lavori contengono vari risultati in tale direzione: senza entrare nei dettagli, si può dire che ad ogni maggiorazione non banale per $J(x,h)$, in un intervallo di valori di h sufficientemente grande, corrisponde, in modo preciso e quantitativamente soddisfacente, una regione libera da zeri per la funzione zeta di Riemann, oppure (se la maggiorazione in questione è sufficientemente forte) un teorema di densità per gli zeri della funzione zeta. Per dare un'idea del tipo di risultato, si riportano due Corollarî: supponiamo che

$$J(x,h) = O\left(\frac{xh^2}{F(h)}\right) \tag{15}$$

uniformemente per $x^{1-\beta} \le h \le x$, dove F è una funzione positiva, crescente ed illimitata per $x \to +\infty$, tale che $F(x) = O(x^{\varepsilon})$ per ogni $\varepsilon > 0$ e $\beta \in (0,1)$. Allora la funzione zeta di Riemann non ha zeri nella regione

$$\sigma > 1 - C\,\frac{\log F(t)}{\log t},$$

dove C è una certa costante positiva effettivamente calcolabile. Se invece si potesse prendere $F(h) = h^c$ in (15), allora si otterrebbe una forma debole della Congettura di Riemann nel senso che

$$\zeta(\sigma + \mathrm{i}t) \neq 0 \qquad \text{per} \qquad \sigma \ge 1 - \frac{1}{2}c.$$

Questo significa, naturalmente, che non ci si deve aspettare che si possa dimostrare direttamente la (15), cioè senza passare attraverso la dimostrazione della Congettura di Riemann o di una sua forma debole, con una funzione F che sia grande quanto una potenza fissata del suo argomento.

Gli strumenti nella dimostrazione di questi risultati sono l'analisi complessa, il metodo di Turán per la somma delle potenze ed il Lemma di Gallagher.

3.9 L'integrale di Selberg e la correlazione fra gli zeri della funzione zeta di Riemann

Ricordiamo la definizione dell'integrale di Selberg data nella (14). Per motivi tecnici, è talvolta preferibile lavorare piuttosto con la funzione definita da

$$J(x,\theta) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \int_x^{2x} \bigl(\psi(t+\theta t) - \psi(t) - \theta t\bigr)^2 \,\mathrm{d}t.$$

In una serie di articoli scritti con Alessandro Languasco ed Alberto Perelli [A30], [A39] ed [A40], abbiamo studiato relazioni fra l'integrale di Selberg e la funzione di correlazione per le coppie di zeri della funzione zeta di Riemann

$$F(x,T) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \sum_{0<\gamma_1,\gamma_2\le T} x^{\mathrm{i}(\gamma_1-\gamma_2)} w(\gamma_1-\gamma_2), \tag{16}$$

dove $w(u) = 4/(4+u^2)$, introdotta da Montgomery nel 1973. In particolare, consideriamo relazioni quantitative fra le formule

$$F(x,T) = M_F(x,T) + R_F(x,T) \qquad \text{e} \qquad J(x,\theta) = M_J(x,\theta) + R_J(x,\theta)$$

dove

$$M_F(x,T) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{T}{2\pi}\log\frac{T}{2\pi} - \frac{T}{2\pi} \qquad \text{e} \qquad M_J(x,\theta) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{3}{2}\theta x^2(\log(1/\theta) + c),$$

con $c = 1 - \gamma - \log(2\pi)$, dove γ è la costante di Eulero. In particolare, ci interessa il problema seguente: supponendo di avere una maggiorazione per $R_F(x,T)$ in un opportuno insieme di valori per T, dedurne maggiorazioni per $R_J(x,\theta)$ in un opportuno insieme di valori per θ e viceversa. Per ottenere questo, adattiamo tecniche di Montgomery, Heath-Brown, Goldston e, piú recentemente, Chan, migliorando ed estendendo significativamente i loro risultati.

Tra le novità piú interessanti introdotte in [A39] e ulteriormente sviluppate in [A40] c'è una generalizzazione della funzione di correlazione di Montgomery (16): dimostriamo che in effetti è questa funzione, già apparsa incidentalmente in lavori precedenti, che presiede alla distribuzione dei numeri primi negli intervalli corti, nei sensi spiegati nei paragrafi precedenti, e cioè sia per quanto riguarda la distanza tra primi consecutivi $p_{n+1} - p_n$ sia buone stime (puntuali o quasi ovunque) per $\psi(x) - \psi(x-h)$ con h molto piccolo rispetto ad x. Le prime applicazioni riguardano in particolare una nuova generalizzazione dell'integrale definito a sinistra della (14) mai apparsa prima. Piú precisamente, posto

$$F(x,T,\tau) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{-T\le\gamma_1,\gamma_2\le T} x^{\mathrm{i}(\gamma_1-\gamma_2)} w(\tau(\gamma_1-\gamma_2))$$

$$J(x,\tau,\theta) \stackrel{\text{def}}{=} \int_x^{(1+\tau)x} \bigl(\psi(t+\theta t) - \psi(t) - \theta t\bigr)^2 \,\mathrm{d}t,$$

in [A39] e [A40] studiamo relazioni fra $F(x,T,\tau)$ e $J(x,\tau,\theta)$ di natura simile a quelle viste sopra a proposito di $F(x,T)$ e $J(x,T)$. Risultati dello stesso tipo si trovano nell'articolo [A36]. Una panoramica si può trovare in [A45].

3.10 L'integrale di Selberg generalizzato

Una variante dell'integrale di Selberg di cui si parla nei §§3.8–3.9 è introdotta e studiata in [A34], con applicazione ad un problema diofanteo del tipo di quelli di cui si tratta nel §3.6. Per $k \ge 1$ poniamo

$$J_k(X,h) \stackrel{\text{def}}{=} \int_X^{2X} \Bigl(\theta((x+h)^{1/k}) - \theta(x^{1/k}) - ((x+h)^{1/k} - x^{1/k})\Bigr)^2 \,\mathrm{d}x \qquad (17)$$

Il caso $k = 1$ corrisponde a quello definito nella (14). Poniamo inoltre

$$S_k(\alpha) = \sum_{X\le p^k\le 2X} \log p \; \mathrm{e}(p^k\alpha) \qquad \text{e} \qquad U_k(\alpha) = \sum_{X\le n^k\le 2X} \mathrm{e}(n^k\alpha). \qquad (18)$$

In collaborazione con A. Languasco, abbiamo dimostrato che per ogni $\varepsilon > 0$ esiste una costante positiva $c_1 = c_1(\varepsilon)$, che non dipende da k, tale che

$$J_k(X,h) \ll_k h^2 X^{2/k-1} \exp\Bigl(-c_1\Bigl(\frac{\log X}{\log\log X}\Bigr)^{1/3}\Bigr)$$

uniformemente per $X^{1-5/(6k)+\varepsilon} \le h \le X$. Se vale la congettura di Riemann, allora

$$J_k(X,h) \ll_k hX^{1/k} \log^2\Bigl(\frac{2X}{h}\Bigr)$$

uniformemente per $X^{1-1/k} \le h \le X$. Nell'articolo [A34] vi sono risultati piú generali di questo tipo e loro applicazioni.

3.11 Il Teorema di Mertens per le progressioni aritmetiche

Nell'articolo [A14], scritto in collaborazione con Alessandro Languasco, studiamo la formula asintotica per il prodotto

$$P(x;q,a) \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{\substack{p \le x \\ p \equiv a \bmod q}} \Bigl(1 - \frac{1}{p}\Bigr),$$

dove $x \to \infty$ ed a, q sono interi primi fra loro. Si tratta evidentemente della generalizzazione alle progressioni aritmetiche del classico prodotto studiato da Mertens. I risultati precedenti al nostro si riferivano al caso in cui a e $q \ge 1$ sono interi fissati con $(a,q) = 1$, mentre noi abbiamo determinato un ampio intervallo di uniformità di valori di q per i quali la formula asintotica continua a valere.

L'enunciato preciso è questo: sia $x \ge 3$. Per ogni $A > 0$ esiste una costante $B = B(A) > 0$ tale che

$$P(x;q,a) = \frac{C(q,a)}{(\log x)^{1/\varphi(q)}}\bigl(1 + O\bigl(L(x)^{-B}\bigr)\bigr)G(x;q,\widetilde{\beta})^{\widetilde{\chi}(a)/\varphi(q)}$$

quando $x \to +\infty$, uniformemente per tutti i $q \le R(x)^A$ e tutti gli interi a con $(a,q) = 1$. Qui $C(q,a)$ è un'opportuna costante positiva definita in (19). Inoltre il fattore G vale 1 a meno che esista uno zero eccezionale $\widetilde{\beta}$ relativo ad un modulo eccezionale $\widetilde{r} \le R(x)^A$ ed $\widetilde{r} \mid q$, dove $\widetilde{\chi}$ indica il carattere eccezionale.[1] In questo caso

$$G(x;\widetilde{\beta}) = \exp\Bigl\{-\int_x^{+\infty} \frac{\mathrm{d}t}{t^{2-\widetilde{\beta}}\log t}\Bigr\}.$$

La costante implicita nel termine d'errore dipende solo da A. Nell'enunciato, le funzioni R ed L sono definite come segue:

$$R(x) = \exp\Bigl((\log x)^{2/5}(\log\log x)^{1/5}\Bigr),$$

[1] La definizione rigorosa di "zero eccezionale", "carattere eccezionale" e simili è piuttosto tecnica e richiederebbe una lunga digressione. Ci limitiamo ad osservare che, allo stato attuale delle conoscenze è possibile, per quanto ciò appaia poco probabile, che qualcuna delle funzioni L associate ad un carattere di Dirichlet reale $\widetilde{\chi}$ di modulo $\widetilde{r}$ abbia uno zero reale $\widetilde{\beta} \in (0,1)$ cosí prossimo ad 1 da rendere poco accurate, in un senso preciso, le formule asintotiche per il numero dei numeri primi nelle progressioni aritmetiche modulo $\widetilde{r}$ o i suoi multipli.

$$L(x) = \exp\Bigl((\log x)^{3/5}(\log\log x)^{-1/5}\Bigr).$$

Queste funzioni sono legate al miglior termine di resto noto nella forma precisa Teorema dei Numeri Primi (1), ed all'ampiezza della regione libera da zeri per le funzioni L di Dirichlet.

Oltre ad aver dato un risultato uniforme in q come abbiamo appena visto, l'articolo [A14] contiene una formula semplificata e piú naturale per il valore della costante $C(q,a)$ che compare nell'enunciato rispetto a quella nota in precedenza, e precisamente

$$C(q,a) = \Bigl(\mathrm{e}^{-\gamma}\prod_p\Bigl(1-\frac{1}{p}\Bigr)^{\alpha(p;q,a)}\Bigr)^{1/\varphi(q)} \tag{19}$$

dove $\alpha(p;q,a) = \varphi(q)-1$ se $p \equiv a \bmod q$ e $\alpha(p;q,a) = -1$ altrimenti. Inoltre, abbiamo calcolato esattamente il contributo del termine G, che è presente solo se q è multiplo del possibile modulo eccezionale $\widetilde{r}$, dimostrando che il suo effetto è solo quello di avere un termine d'errore piú debole di quello che vale in sua assenza ma pur sempre infinitesimo, e che la formula asintotica continua ad essere valida anche per i multipli del modulo eccezionale.

Poniamo $M(x;q,a) = C(q,a)(\log x)^{-1/\varphi(q)}$. Abbiamo anche ottenuto diversi risultati in media per il rapporto $P(x;q,a)/M(x;q,a)$, che sono raccolti nell'articolo [A18]. Inoltre, abbiamo determinato un'espressione ancora diversa per la costante $C(q,a)$ definita in (19) che permette di generalizzare risultati particolari già noti [A22]: Uchiyama ha trovato le identità valide per $q = 4$ nel 1971, Williams quelle per $q = 24$ nel 1974, Grosswald quelle per $q \in \{4, 6, 8\}$ nel 1987 e Moree quelle valide quando q è un numero primo ed $a = 1$ nel 2006. Per dare un esempio, abbiamo dimostrato che se il gruppo $\mathbb{Z}_q^*$ è ciclico e $q \geq 3$ allora

$$C(q,1)^{\varphi(q)} = e^{-\gamma}\frac{q}{\varphi(q)}\,\Pi(q,1)\prod_{b\in\mathbb{Z}_q^*\setminus\{1\}}\ \prod_{p\equiv b \bmod q}\Bigl(1-\frac{1}{p^{t_b}}\Bigr)^{-\varphi(q)/t_b}$$

dove t_b è l'ordine di b nel gruppo moltiplicativo $\mathbb{Z}_q^*$ e

$$\Pi(q,a) = \prod_{\substack{\chi \bmod q\\ \chi\neq\chi_0}} L(1,\chi)^{-\overline{\chi}(a)}.$$

In generale, per $q \geq 3$ abbiamo dimostrato che

$$\begin{aligned} C(q,1)^{\varphi(q)} = e^{-\gamma}\ &\zeta(\lambda(q))^{\varphi(q)/\lambda(q)}\ \Pi(q,1)\\ &\prod_{p\mid q}\Bigl\{\Bigl(1-\frac{1}{p^{\lambda(q)}}\Bigr)^{\varphi(q)/\lambda(q)}\Bigl(1-\frac{1}{p}\Bigr)^{-1}\Bigr\}\\ &\prod_{p\equiv 1 \bmod q}\Bigl(1-\frac{1}{p^{\lambda(q)}}\Bigr)^{\varphi(q)/\lambda(q)}\\ &\prod_{\substack{b\in\mathcal{A}(q)\\ p\equiv b \bmod q}}\Bigl\{\Bigl(1-\frac{1}{p^{t_b}}\Bigr)^{-\varphi(q)/t_b}\Bigl(1-\frac{1}{p^{\lambda(q)}}\Bigr)^{\varphi(q)/\lambda(q)}\Bigr\}\end{aligned}$$

dove λ è la funzione lambda di Carmichael, t_b indica l'ordine di b nel gruppo $\mathbb{Z}_q^*$ ed $\mathcal{A}(q) = \{b \in \mathbb{Z}_q^* \setminus \{1\} : t_b < \lambda(q)\}$. Le formule valide per $a \neq 1$ sono assai piú complesse. L'articolo [A20] contiene invece un resoconto del calcolo numerico con oltre 100 cifre decimali esatte dei valori di $C(q, a)$ per tutti i $q \leq 100$ e tutti gli a con $(a, q) = 1$, fatto a partire da ulteriori identità che coinvolgono le funzioni L di Dirichlet. È importante notare che il calcolo numerico dipende in modo cruciale dall'avere a disposizione la formula (19) e che le versioni note in precedenza non erano sufficienti. Una tecnica simile permette di determinare in modo semplice i valori numerici delle cosiddette costanti di Mertens e di Meissel-Mertens: si veda [A24]. I dettagli del calcolo numerico sono disponibili all'indirizzo `https://www.math.unipd.it/~languasc/MCcomput.html`.

3.12 Proporzione degli intervalli cortissimi che contengono numeri primi

Con Danilo Bazzanella e Alessandro Languasco abbiamo studiato un aspetto della distribuzione dei numeri primi negli intervalli "cortissimi," cioè intervalli del tipo $[x, x + \lambda \log x]$. Abbiamo dimostrato che esiste una *proporzione positiva* di tali intervalli che contengono numeri primi per $\lambda > \frac{1}{2}$ fissato, ed analogamente, che esiste una *proporzione positiva* di tali intervalli che *non* contengono numeri primi per $\lambda > 0$ fissato. In questo modo miglioriamo alcuni risultati di Cheer & Goldston del 1987. La tecnica usata si basa su un nuovo risultato che riguarda i momenti interi delle differenze fra valori della funzione π o della funzione ψ. In particolare, dimostriamo che per ogni $\lambda > \frac{1}{2}$ c'è una proporzione positiva dei numeri primi $p \leq X$ tali che l'intervallo $(p, p + \lambda \log X]$ contiene almeno un numero primo. Come conseguenza, miglioriamo un risultato di Cheer & Goldston relativo al massimo valore di $\lambda > 1$ tale che l'intervallo $(m, m + \lambda \log X]$ *non* contiene primi per una proporzione positiva degli interi $m \leq X$. Diamo poi diverse applicazioni di questi risultati ad altri problemi. Si veda [A23].

3.13 La disuguaglianza di Montgomery–Hooley

Insieme ad Alessandro Languasco ed Alberto Perelli abbiamo studiato un tipo di disuguaglianze che risalgono a Barban, Davenport ed Halberstam, e riguardano la distribuzione dei numeri primi "in media" sulle progressioni aritmetiche, ed abbiamo generalizzato i precedenti risultati agli "intervalli corti." Poniamo

$$S(x, h, Q) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{q \leq Q} \sum_{\substack{a=1 \\ (a,q)=1}}^{q} \left| \psi(x + h; q, a) - \psi(x; q, a) - \frac{h}{\varphi(q)} \right|^2$$

e

$$\kappa \stackrel{\text{def}}{=} 1 + \gamma + \log(2\pi) + \sum_p \frac{\log p}{p(p-1)},$$

e definiamo

$$E(x, h, Q) \stackrel{\text{def}}{=} S(x, h, Q) - \big(hQ \log(xQ/h) + (x + h)Q \log(1 + h/x) - \kappa hQ\big).$$

Per $\epsilon > 0$ ed $A > 0$ arbitrari, e per $x^{7/12+\epsilon} \le h \le x$ e $Q \le h$ si ha

$$E(x, h, Q) \ll h^{1/2} Q^{3/2} \exp\Bigl(-c_1 \frac{(\log 2h/Q)^{3/5}}{(\log\log 3h/Q)^{1/5}}\Bigr) + h^2 (\log x)^{-A}$$

per un'opportuna costante positiva c_1. Supponendo la verità della Congettura di Riemann Generalizzata, per $\epsilon > 0$ arbitrario, e per $x^{1/2+\epsilon} \le h \le x$ e $Q \le h$ si ha

$$E(x, h, Q) \ll \bigl(h/Q\bigr)^{1/4+\epsilon} Q^2 + h x^{1/2} (\log x)^{c_2}$$

per un'opportuna costante positiva c_2. Si veda l'articolo [A27].

3.14 Problemi additivi binari e ternari con numeri primi

Nella serie di articoli [A41], [A42], [A43], [A48], [A52] e [A55], scritti in collaborazione con Alessandro Languasco, affrontiamo alcuni problemi additivi binari e ternari in cui una parte delle variabili sono (potenze di) numeri primi. Per dare un esempio, consideriamo le funzioni

$$r(n) = \sum_{p+m^2=n} 1 \qquad \text{e} \qquad r'(n) = \sum_{p_1+p_2^2=n} 1, \tag{20}$$

cioè, rispettivamente, il numero di rappresentazioni dell'intero n come somma di un numero primo e di un quadrato perfetto o come somma di un numero primo e del quadrato di un altro numero primo. Queste funzioni hanno un comportamento irregolare, ed è quindi naturale considerarne una media. Le formule asintotiche per medie fatte su tutti gli interi nell'intervallo $[1, N]$ sono classiche. Sono piú interessanti le medie fatte su intervalli del tipo $[N + 1, N + H]$, che sono detti "corti" se $H = o(N)$ quando $N \to +\infty$. Infatti, in quest'ultimo caso le relative formule asintotiche sono molto piú difficili da ottenere, quando H è piccolo.

Nei nostri lavori abbiamo ottenuto formule asintotiche non banali per i problemi (20), e loro varianti, negli intervalli corti. Alcuni di questi risultati sono stati ottenuti condizionalmente, supponendo cioè che sia valida la Congettura di Riemann.

Altri problemi, in qualche caso con coautori anche Marco Cantarini e Alessandro Gambini, sono studiati in [A53], [A54], [A56], [A59], [A61], [A62].

3.15 Somme esponenziali

L'articolo [A57], scritto con Mattia Cafferata ed Alberto Perelli, contiene un miglioramento di un importante risultato di Bourgain, Sarnak & Ziegler, ed un'applicazione a somme esponenziali polinomiali con coefficienti modulari.

3.16 Somme armoniche con i numeri primi

Una generalizzazione di un recente risultato di Bettin, Molteni & Sanna è stata pubblicata in [A58]. Oltre a me, gli autori sono Alessandro Gambini e Remis Tonon. La successione di interi relativa è apparsa nella "On-line Encyclopedia of Integer Sequences" all'indirizzo `https://oeis.org/A332399`.

3.17 Ulteriori collaborazioni

L'articolo [A21] contiene la proposta di un protocollo alternativo a quelli in uso per la gestione della reputazione nelle reti Peer-to-Peer basate su DHT (Distributed Hash Table).

L'articolo [A60] è il primo di una serie con Mauro Spreafico su problemi di frontiera fra analisi e geometria.

3.18 Divulgazione

Come sottoprodotto della ricerca, ho scritto un discreto numero di articoli divulgativi, che qui descrivo brevemente.

1. Nell'articolo [A7] si dà un'argomentazione euristica elementare (basata su una variante del Crivello di Eratostene) che fornisce una formula asintotica per il numero delle rappresentazioni di un numero pari grande come somma di due numeri primi dispari, a sostegno della Congettura di Goldbach secondo la quale ogni numero pari > 4 si può scrivere come somma di due numeri primi dispari. La formula cosí ottenuta è messa a confronto con i valori calcolati direttamente ed utilizzata per spiegare le irregolarità di questi valori. Inoltre si studiano problemi analoghi che possono essere affrontati con le stesse tecniche (problema dei primi gemelli, costellazioni di primi, problema ternario di Goldbach) e vengono ricavate le formule corrispondenti.

2. L'articolo [A10] contiene il testo di una conferenza divulgativa che prende a pretesto il fatto che il rapporto fra le dimensioni dei lati di un foglio di carta nel formato A4 è $99/70$, uno dei convergenti della frazione continua di $\sqrt{2}$, per parlare di ricorrenze, geometria, il metodo di Newton ed altro, usando solo argomentazioni elementari.

3. Nell'articolo [A11] ci si occupa di alcune proprietà peculiari dei numeri primi che sono "profonde" senza per questo essere particolarmente difficili, essendo basate essenzialmente sulla nozione di congruenza che deriva da quella elementare di divisibilità. Come applicazione concreta delle idee esposte, si include incluso la descrizione di un popolare sistema di crittografia a chiave pubblica (ElGamal), ed un algoritmo di scomposizione in fattori (diverso dalla divisione ripetuta) che sfrutta in modo essenziale l'idea di congruenza.

4. L'articolo [A13] contiene la dimostrazione della formula di Archimede–Viète per π, e delle formule usate dal Settecento per calcolare centinaia di cifre di π. È rivolto agli insegnanti delle Scuole Medie inferiori e superiori.

5. L'articolo [A16], anche questo rivolto agli insegnanti delle Scuole Medie inferiori e superiori, tratta dell'uso della calcolatrice tascabile non programmabile, delle sue limitazioni intrinseche e delle sue potenzialità, per favorirne un uso consapevole da parte degli studenti.

6. Nell'articolo [A19] si calcolano i valori delle aree sottese dal grafico di alcune funzioni elementari senza fare ricorso al Teorema fondamentale del calcolo integrale, usando opportune decomposizioni del dominio e qualche identità algebrica. L'articolo contiene le dimostrazioni di tutte le identità e dei limiti notevoli utilizzati.

7. Nell'articolo [A25], partendo dal semplice problema concreto del calcolo efficiente del massimo comun divisore fra due interi positivi, si descrive l'Algoritmo di Euclide e se ne fa un'analisi di complessità parziale, scoprendo che il numero di iterazioni necessarie è massimo se gli interi dati sono termini consecutivi della successione dei numeri di Fibonacci. Si interpreta il calcolo come la frazione continua del rapporto fra gli interi dati e si generalizza alle frazioni continue infinite, concludendo con la scoperta che le frazioni continue periodiche hanno valore irrazionale quadratico.

8. L'articolo [A38] contiene il testo di una conferenza divulgativa, divisa in due parti di livello diverso, sulla distribuzione di numeri primi.

9. L'articolo [P3], in preparazione, contiene una conferenza divulgativa sulla somma della serie geometrica e le sue applicazioni.

10. Gli articoli [A37, PLS2, PLS3] contengono il materiale didattico sviluppato per i laboratori del Piano Nazionale Lauree Scientifiche che ho proposto e coordinato.

11. L'articolo [A44] contiene la descrizione dettagliata e motivata di diversi metodi "meccanici" per determinare numeri primi: la macchina di Conway, la formula di Gandhi e il crivello di Eratostene-Legendre.

12. L'articolo [A50] descrive un progetto realizzato nell'ambito del PLS (Piano Nazionale Lauree Scientifiche) nell'Anno Accademico 2013–2014. Una versione estesa dello stesso articolo si trova in [W13].

13. Negli articoli [W1, W2], scritti in collaborazione con Alessandro Languasco e che ci sono stati richiesti dai responsabili del sito web "Matematica Pristem," descriviamo una serie di proprietà dei numeri primi che difficilmente si trovano esposte nei libri di testo. Questi articoli non sono rivolti ad un pubblico di specialisti ma a chiunque abbia qualche curiosità in materia, e non richiedono particolari conoscenze matematiche. Solo in appendice diamo qualche spunto ulteriore, ed utilizziamo occasionalmente anche della matematica un po' piú sofisticata.

14. L'articolo [W4] contiene il testo di una conferenza divulgativa che ho tenuto per la "Settimana della cultura scientifica e tecnologica" del 2005. Si parla di due esempi di crittogrammi presenti nella letteratura, e precisamente "Lo scarabeo d'oro" di Edgar Allan Poe, e "Viaggio al centro della terra" di Jules Verne. Poi si esamina il metodo di Cesare, uno dei piú antichi metodi crittografici noti in Occidente, e le debolezze di questi sistemi crittografici classici. Infine si esaminano un paio di sistemi crittografici moderni, e se ne studiano le basi matematiche.

15. L'articolo [W5] (anche questo in collaborazione con Alessandro Languasco) riprende il breve annuncio dato in [W3] e descrive lo stato dell'arte riguardo la questione degli intervalli fra numeri primi consecutivi, nei due casi di grandi o piccole deviazioni dal comportamento "medio" descritto nel §3.1. Dimostriamo alcuni risultati che, pur non essendo i migliori oggi

noti, sono pur sempre non banali e illustrano bene le tecniche che si usano in questo campo. Questo articolo ha un livello decisamente superiore agli altri descritti in questo elenco, e si rivolge a studenti universitari.

16. Gli articoli [W6], [W7] e [W9] sono stati scritti su invito della redazione di MaddMaths!, e contengono, rispettivamente, una descrizione dei recentissimi risultati (novembre 2013) sul problema dei "primi gemelli," della dimostrazione di Tao (settembre 2015) di una congettura di Erdős, ed una curiosa proprietà dei numeri primi scoperta da Lemke Oliver & Soundararajan. L'articolo [W8] è stato scritto dopo l'ennesimo, falso annuncio della dimostrazione della Congettura di Riemann, e pubblicato sullo stesso sito, mentre [W12] è un commento su una possibile linea di attacco, rivelatasi immediatamente sbagliata, proposta da un gruppo di fisici.

17. L'articolo [W10] è la trascrizione del mio intervento alla "Summer School: la matematica incontra il mondo," San Pellegrino Terme (BG), 5–7 settembre 2016, nel quale sono trattati in modo del tutto elementare alcuni risultati non banali sui numeri primi, arrivando a formulare una versione della Congettura di Riemann in termini comprensibili a studenti delle scuole secondarie.

18. L'articolo [W11], in collaborazione con Alessandro Languasco, descrive, in termini estremamente semplici, la storia della teoria dei numeri, da Euclide ai giorni nostri.

19. L'articolo [W14] descrive brevemente l'Ipotesi di Lindelöf e commenta la possibilità di successo di un nuovo potenziale approccio alla sua soluzione.

20. Ho scritto anche l'articolo [W15] sull'annuncio di Sir Michael Atiyah della dimostrazione della Congettura di Riemann, per il supplemento domenicale del "Corriere della Sera." Sullo stesso argomento ho scritto anche l'articolo [W16], in collaborazione con Alberto Saracco.

21. L'articolo [W17] è dedicato alle formule per i numeri primi.

22. Il libro [M3] è un e-book pubblicato sul sito web di `MaddMaths!`, dove il dialogo [W26] è apparso a puntate nell'autunno del 2020. Una versione "teatrale," ridotta ed adattata, è stata presentata nel convegno "Comunicamat" organizzato dall'Università di Camerino nel 2021. Il testo è stato recitato da me, da Maria Eugenia d'Aquino e da Roberto Natalini; le tre registrazioni, di circa 15 minuti l'una, sono state trasmesse durante le tre giornate del convegno.

23. L'articolo [D10] è una semplice introduzione al metodo del cerchio descritto nel §3.2.

4 Partecipazioni a Congressi, Scuole, Simposi

1. Symposium on Analytic Number Theory, Amalfi, 25–29 settembre 1989

2. SERMON (South Eastern Regional Meeting On Numbers), Athens, Georgia, USA, 7 marzo 1992
3. Primo Incontro Italiano di Teoria dei Numeri, Roma, 3–5 gennaio 1995
4. Scuola CIME “The Arithmetical Theory of Elliptic Curves,” Cetraro (CS), 12–19 luglio 1997
5. Workshop “Diophantine Approximation and Analytic Number Theory,” Pisa, 21 giugno–9 luglio 1999
6. XXI Journées Arithmétiques, Roma, 12–16 luglio 1999
7. Workshop on the Interface of Number Theory and Probability, Urbana–Champaign, Illinois, (USA), 19–20 maggio 2000
8. Millennial Conference in Number Theory, Urbana–Champaign, Illinois, (USA), 21–26 maggio 2000
9. Scuola CIME “Diophantine Approximation,” Cetraro (CS), 28 giugno–6 luglio 2000
10. XXII Journées Arithmétiques, Lille, 2–6 luglio 2001
11. Workshop on “Analytic Number Theory and Diophantine equations,” Bonn, Max-Planck-Institut für Mathematik, Bonn, 23–28 giugno 2002
12. Scuola CIME “Analytic Number Theory,” Cetraro (CS), 11–18 luglio 2002
13. Second International Summer School in Computational Logic “ISCL 2002,” Acquafredda di Maratea (PZ), 25–30 agosto 2002
14. Workshop on Algebra and Communications, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne (CH), 16–17 gennaio 2003
15. XXIII Journées Arithmétiques, Graz (Austria), 7–12 luglio 2003
16. Secondo Convegno Italiano di Teoria dei Numeri, Parma, 13–15 novembre 2003
17. Conference in Number Theory in honour of K. Ramachandra, National Institute of Advanced Studies, Bangalore (India), 13–15 dicembre 2003
18. XXIV Journées Arithmétiques, Marseille (Francia), 4–8 luglio 2005
19. Italian-Polish Number Theory Days, Poznań (Polonia), 17–20 maggio 2006
20. Mathematics and its applications, Torino, 3–7 luglio 2006
21. XXV Journées Arithmétiques, Edinburgh, 2–6 luglio 2007
22. Scuola CIME “Arithmetic Geometry,” Cetraro (CS), 10–15 settembre 2007

23. Analytic Number Theory Workshop, Parma, 15–16 maggio 2008
24. "HRI International Conference in Mathematics," Allahabad, 16–20 marzo 2009
25. Riemann International School in Mathematics "Advances in Number Theory and Geometry," Verbania, 20–24 aprile 2009
26. "La Teoria dei Numeri – Roma 2009," Roma III, 27–29.5.2009
27. Activités Additives et Analytiques, Lille I, 30.6–4.7.2009
28. XXVI Journées Arithmétiques, Saint Étienne, 6–10.7.2009
29. Italy-India Conference on Diophantine and Analytic Number Theory, Centro di Ricerca Matematica "Ennio De Giorgi," Pisa, 8–12.3.2010
30. Analytic and Combinatorial Number Theory, Institute for the Mathematical Sciences, Chennai, 29.8–3.9.2010
31. Number Theory and its Applications, Debrecen, 4–8.10.2010
32. Paul Turán Memorial Conference, Budapest, 22–26.8.2011
33. XIX Congresso dell'Unione Matematica Italiana, Bologna, 12–17.9.2011
34. International Meeting in Number Theory, Harish-Chandra Research Institute, Allahabad, 15–20.12.2011
35. Workshop in honor of Carlo Viola, Dipartimento di Matematica, Università di Pisa, 10.4.2013
36. Erdős Centennial, Hungarian Academy of Sciences, Budapest, 1–5.7.2013
37. First Joint International Meeting RSME–SCM–SEMA–SIMAI–UMI, Bilbao, 30.6–4.7.2014
38. The first mini symposium of the Roman Number Theory Association, Università Europea di Roma, 7 Maggio 2015
39. XX Congresso dell'Unione Matematica Italiana, Siena, 7–12.9.2015
40. Terzo Incontro Italiano di Teoria dei Numeri, Centro "Ennio de Giorgi," Pisa, 21–24.9.2015
41. The second mini symposium of the Roman Number Theory Association, Università Europea di Roma, 26 aprile 2016
42. Seminari di Teoria dei Numeri (First Number Theory Meeting), Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano," Università di Torino, 4.11.2016
43. I bitcoin e le crittomonete — dall'informatica all'economia, Museo del Calcolo, Cittadella Galileiana, Pisa, 17.3.2017

44. Prima Giornata dei Dottorandi di Teoria dei Numeri, Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche, Università di Parma, 23 marzo 2017
45. The third mini symposium of the Roman Number Theory Association, Università di Roma III, 6 aprile 2017
46. Number Theory Week, Poznań, 4–8 settembre 2017
47. Second Number Theory Meeting, Politecnico di Torino, Torino, 26–27 ottobre 2017
48. Giornate INdAM di Teoria dei Numeri, Genova, 18–19 dicembre 2017
49. Girotondo su π tra formule e racconti (Pisa celebra la giornata mondiale del π), Museo del Calcolo, Cittadella Galileiana, Pisa, 14.3.2018
50. Seconda Giornata dei Dottorandi di Teoria dei Numeri, Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche, Università di Parma, 12.4.2018
51. The fourth mini symposium of the Roman Number Theory Association, Università Europea di Roma, 18–20 aprile 2018
52. Journée Théorie des Nombres, Université d'Aix-Marseille, Marseille, 28 giugno 2018
53. Joint meeting UMI–SIMAI–PTM, Wrocław, 17–20 settembre 2018
54. Third Number Theory Meeting Università di Torino, 15–16 ottobre 2018
55. Local Statistics on Point Sequences: Arithmetic, Combinatorics and Dynamics, Linz, 25.2-1.3.2019
56. The fifth mini symposium of the Roman Number Theory Association, Università Europea di Roma, Roma 10–12 aprile 2019
57. Terza Giornata dei Dottorandi di Teoria dei Numeri, Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche, Università di Parma, 14.5.2019
58. Second Symposium in Analytic Number Theory, Cetraro, 8–12 luglio 2019
59. La De Cifris incontra Torino, Politecnico e Università di Torino, 14 ottobre 2019
60. Fourth Number Theory Meeting, Università e Politecnico di Torino, 24–25 ottobre 2019
61. Leonardo Pisano: L'uomo che ci ha regalato i numeri, Università e Comune di Pisa. Pisa, 23 novembre 2019
62. Number Theory Online. 18, 24 febbraio e 4 marzo 2021
63. Quarta Giornata dei Dottorandi di Teoria dei Numeri, Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche, Università di Parma, 1°.6.2021 (online)

64. Fifth Number Theory Meeting, Università e Politecnico di Torino, 26–27 ottobre 2021 (online)
65. ComUNICAMat, Comunicare la Matematica, Università di Camerino, 6–8 ottobre 2021 (online)
66. Identities. International Multiplier Event. Parma, 21.4.2022
67. Il Carnevale della Matematica, Palermo, 5–6 maggio 2022
68. Sixth Number Theory Meeting, Università e Politecnico di Torino, 22–23 settembre 2022
69. XXXVI Convegno Nazionale "Incontri con la Matematica." Didattica della Matematica come Attività di Ricerca in Aula. Castel San Pietro Terme (BO), 21–23 Ottobre 2022
70. The seventh mini symposium of the Roman Number Theory Association, Università Europea di Roma, Roma 4–6 maggio 2023
71. Quinta Giornata dei Dottorandi di Teoria dei Numeri, Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche, Università di Parma, 31.5.2023

4.1 Soggiorni all'estero

1. Università della Georgia, ad Athens (USA), gennaio–luglio 1992
2. Facultad de Informática, Universidad Politécnica de Madrid, 17–24 maggio 2003
3. Visiting Professor, Institute of Mathematical Sciences, Chennai (India), 14–20 febbraio 2005
4. Visiting Professor, Harish-Chandra Research Institute, Allahabad (India), 21 febbraio–7 marzo 2005
5. Visiting Professor, Institute of Mathematical Sciences, Chennai (India), 11 marzo–31 marzo 2012

4.2 Soggiorni presso Università italiane

1. Padova, 10–14 ottobre 2011
2. Padova, 24–27 gennaio 2012
3. Padova, 8–11 maggio 2012
4. Padova, 10–12 luglio 2012
5. Padova, 18–20 settembre 2012
6. Padova, 12–14 aprile 2016
7. Lecce, 17–20 ottobre 2017

5 Conferenze e Comunicazioni a Congressi

1. Large gaps between consecutive primes in arithmetic progressions, "Symposium on Analytic Number Theory," Amalfi, 25–29 settembre 1989

2. On the exceptional set for the sum of a prime and a k–th power, "SERMON (South Eastern Regional Meeting On Numbers)," Athens, Georgia, USA, 7 marzo 1992

3. Problemi additivi con numeri primi, "Primo Incontro Italiano di Teoria dei Numeri," Roma, 3–5 gennaio 1995

4. On the Selberg integral and related topics, Workshop "Diophantine Approximation and Analytic Number Theory," Pisa, 21 giugno–9 luglio 1999

5. Conditional density theorems for the zeros of the Riemann zeta-function, "XXI Journées Arithmétiques," Roma, 12–16 luglio 1999

6. Conditional density theorems for the zeros of the Riemann zeta-function, "Millennial Conference in Number Theory," Urbana-Champaign, Illinois, USA, 21–26 maggio 2000

7. Primes in almost all short intervals and the distribution of the zeros of the Riemann zeta function, Conference in Number Theory in honour of K. Ramachandra, National Institute of Advanced Studies, Bangalore (India), 13–15 dicembre 2003

8. On sums of two primes and k powers of 2, Italian-Polish Number Theory Days, Poznań (Polonia), 17–20 maggio 2006

9. On sums of two primes and k powers of 2, Mathematics and its applications (Number Theory session), Torino, 3–7 luglio 2006

10. On the Mertens product for arithmetic progressions, "XXV Journées Arithmétiques," Edinburgh, 2–6 luglio 2007

11. On the constant in the Mertens formula for arithmetic progressions. Identities, "Analytic Number Theory Workshop," Parma, 15–16 maggio 2008

12. Prime numbers in intervals of logarithmic length, "HRI International Conference in Mathematics," Allahabad, 16–20.3.2009

13. Un problema diofanteo con due numeri primi e k potenze di 2, "La Teoria dei Numeri – Roma 2009," Roma III, 27–29.5.2009

14. Prime numbers in intervals of logarithmic length, "Activités Additives et Analytiques," Lille I, 30.6–4.7.2009

15. Prime numbers in intervals of logarithmic length, "XXVI Journées Arithmétiques," Saint Étienne, 6–10.7.2009

16. Prime numbers in intervals of logarithmic length, “Italy-India Conference on Diophantine and Analytic Number Theory,” Centro di Ricerca Matematica “Ennio De Giorgi,” Pisa, 8–12.3.2010

17. Explicit equivalence for the error terms of primes in short intervals and of the pair correlation conjecture, “Analytic and Combinatorial Number Theory,” Institute for the Mathematical Sciences, Chennai, 29.8–3.9.2010

18. Explicit equivalence for the error terms of primes in short intervals and of the pair correlation conjecture, “Number Theory and its Applications,” Debrecen, 4–8.10.2010

19. Correlazione fra gli zeri della funzione zeta e numeri primi negli intervalli corti, “XIX Congresso dell’Unione Matematica Italiana,” Bologna, 12–17.9.2011

20. A Diophantine problem with a prime and three squares of primes, “International Meeting in Number Theory,” Harish-Chandra Research Institute, Allahabad, 15–20.12.2011

21. Representation of integers as sums of primes, “First Joint International Meeting RSME–SCM–SEMA–SIMAI–UMI,” Bilbao, 30.6–4.7.2014

22. The Selberg integral and a new pair-correlation function for the zeros of the Riemann zeta-function, “Terzo Incontro Italiano di Teoria dei Numeri,” Centro Ennio de Giorgi, Pisa, 21–24.9.2015

23. Prime numbers in short intervals: the Selberg integral and its generalisations, “The second mini symposium of the Roman Number Theory Association,” Università Europea di Roma, 26 aprile 2016

24. Integrale di Selberg e funzione di correlazione per gli zeri della funzione zeta di Riemann, “Seminari di Teoria dei Numeri,” Torino, 4.11.2016

25. The Selberg Integral and the pair-correlation function for the zeros of the Riemann zeta-function, “Number Theory Week,” Poznań, 4–8 settembre 2017

26. Problemi diofantei con numeri primi, “Second Number Theory Meeting,” Politecnico di Torino, Torino, 26–27 ottobre 2017

27. Additive problems with prime variables, “Giornate INdAM di Teoria dei Numeri,” Genova, 18–19 dicembre 2017

28. Additive problems with prime variables, “Journée Théorie des Nombres,” Université d’Aix-Marseille, 28 giugno 2018

29. Additive problems with prime variables, “Joint meeting UMI–SIMAI–PTM,” Wrocław, 17–20 settembre 2018

30. Montgomery’s Pair-Correlation Conjecture and some consequences “Local Statistics on Point Sequences: Arithmetic, Combinatorics and Dynamics,” Linz, 26.2.2019

31. A generalisation of Montgomery's Conjecture and its consequences on the distribution of prime numbers, "Local Statistics on Point Sequences: Arithmetic, Combinatorics and Dynamics," Linz, 26.2.2019
32. Dialoghi sui numeri primi, recitati da Alessandro Zaccagnini, Eugenia d'Aquino e Roberto Natalini. "ComUNICAMat, Comunicare la Matematica," Camerino, 6–8 ottobre 2021 (online)
33. Dialogo sui numeri primi, recitato da Alessandro Zaccagnini, Elena Toscano e Alberto Saracco. "Il Carnevale della Matematica," Palermo, 5 maggio 2022
34. On the distribution of the digits of quotients of integers and primes, "Sixth Number Theory Meeting," Università e Politecnico di Torino, 23 settembre 2022
35. Rappresentazione concreta di gruppi finiti – Un laboratorio in una classe terza di un Liceo Scientifico, "Incontri con la Matematica," Castel San Pietro, 22.10.2022

5.1 Presentazioni di PURRS

1. PURRS: Symbolic Computation Support for Complexity Analysis, CoVer I, Bologna, 13.2. 2003
2. Symbolic Computation Support for Complexity Analysis and the PURRS Project, Facultad de Informática, Universidad Politécnica de Madrid, 22.5.2003

6 Pubblicazioni

6.1 Monografie

[M1] Alessandro Languasco & Alessandro Zaccagnini. Introduzione alla Crittografia. Ulrico Hoepli Editore, Milano, 2004. ISBN 88-203-3392-9

[M2] Alessandro Languasco & Alessandro Zaccagnini. Manuale di crittografia. Ulrico Hoepli Editore, Milano, 2015. ISBN 88-203-6690-2

[M3] Alessandro Zaccagnini. Dialogo sui numeri primi — Un dialogo galileiano, I librini di MaddMaths!, Roma, 2021. `https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/zaccagnini-dialogo-ebook/`

[M4] Maria Valentino & Alessandro Zaccagnini. L'ultimo teorema di Fermat. "Rivoluzioni matematiche. I grandi Teoremi da Pitagora a Nash" numero 3. Le Scienze editore, dicembre 2022

[M5] Alessandro Zaccagnini. Il Teorema dei Numeri Primi "Rivoluzioni matematiche. I grandi Teoremi da Pitagora a Nash" numero 21. Le Scienze editore, giugno 2024 (in preparazione)

[M6] Alessandro Zaccagnini. Costruzioni matematiche. (in preparazione), 2023–2024

Per i libri [M1] e [M2] Alessandro Languasco ed io abbiamo creato una coppia di pagine web gemelle che contengono ulteriore materiale, quali link a pagine e documenti crittografici, i codici sorgenti dei programmi che realizzano gli algoritmi descritti nel libro, un elenco di errori di stampa. La mia pagina si trova all'indirizzo
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/crittografia/Crittografia.html`

Il primo dei due è stato adottato come testo o consigliato in numerosi corsi di Crittografia in tutta Italia: citiamo per esempio le Università di Milano Bicocca, Padova, Parma, Roma "Tor Vergata", Roma III, Torino e Napoli. Il secondo è uscito nella primavera del 2015.

Il libro [M3] è un e-book pubblicato sul sito web di `MaddMaths!`, dove il dialogo [W26] è apparso a puntate nell'autunno del 2020.

6.1.1 Recensioni

1. Recensione anonima, sito web Matematica Pristem
`http://matematica.uni-bocconi.it/natale2004/languasco.htm`
2. Ennio Peres. *Codici e segreti – Come e perché funzionano*. La Stampa, supplemento "Tuttolibri" del 22.1.2005
3. Paolo Marocco. *L'ultimo dei primi, anzi l'ultimissimo*. La Rivista dei Libri, Anno XV, n. 5, maggio 2005
4. Recensione anonima, sito web Microsoft TechNetWork
`http://www.microsoft.com/italy/technet/work/book.mspx`

6.2 Materiale didattico pubblicato

[MD1] Alessandro Zaccagnini & Maria Gabriella Rinaldi. Esercizi per i Corsi di Istituzioni di Matematica. Azzali Editori, Parma. Prima edizione 2005. Seconda edizione 2006. Terza edizione 2007. Quarta edizione rinnovata e ampliata (2008). ISBN 88-88252-41-X
Un elenco di errori di stampa si trova nella pagina web
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/varie/Errata_ZR.html`

[MD2] Alessandro Languasco & Alessandro Zaccagnini. Crittografia. Coop. Libraria Editrice Università di Padova, Padova, 2006. Progetto Nazionale Lauree Scientifiche. Sottoprogetto Matematica per il Veneto.

6.3 Articoli

In ordine cronologico e, se possibile, logico, i miei articoli riguardano:

1. la distribuzione dei numeri primi nelle progressioni aritmetiche: [A1], [A27] (11N13);

2. applicazioni del metodo del cerchio a problemi additivi in cui alcune delle variabili sono numeri primi: [A2], [A3], [A28], [A29] (11P55); [A4], [A9], [A15], [A17], [A41], [A42], [A43], [A48], [A52], [A53], [A54], [A55], [A56], [A59] (11P32);

3. l'integrale di Selberg, sue applicazioni e varianti: [A5], [A6], [A30], [A39], [A40], [A45] (11N05);

4. la distribuzione degli zeri della funzione ζ di Riemann: [A8], [A12] (11M26);

5. le formule di Mertens e Meissel-Mertens per i numeri primi nelle progressioni aritmetiche: aspetti teorici [A14], [A18], [A22] (11N13); aspetti computazionali [A20], [A24] (11N64/11Y60);

6. la distanza fra numeri primi consecutivi: [A23] (11N05);

7. problemi diofantei in cui alcune delle variabili sono numeri primi: [A26], [A31], [A32], [A34], [A47] (11D75);

8. formule esplicite per medie di Cesàro-Riesz di rappresentazioni in problemi additivi con numeri primi: [A33], [A35], [A46], [A49], [A51], [A61], [A63] (11N37);

9. somme esponenziali sui numeri primi: [A36] (11M26); altre somme esponenziali: [A57] (11L15);

10. Teoria dei Numeri Combinatoria: [A58] (11B75);

11. le applicazioni della Teoria dei Numeri alla Crittografia: [A21];

12. le applicazioni di tecniche proprie della Teoria dei Numeri alle funzioni speciali: [A60];

13. Teoria dei Numeri Elementare: [A62];

14. la divulgazione: [A7], [A10], [A11], [A13], [A16], [A19], [A25], [A37], [A38], [A44], [A50], [A64].

[A1] *A note on large gaps between consecutive primes in arithmetic progressions*. J. Number Theory **42** (1992), 100–102
MR93e:11106. Primary: 11N13

[A2] *On the exceptional set for the sum of a prime and a k-th power*. Mathematatika **39** (1992), 400–421
MR94g:11086. Primary: 11P55 (11P32)

[A3] A. Perelli & A. Zaccagnini. *On the sum of a prime and a k-th power*. Izv. Ross. Akad. Nauk, Ser. Math. **59** (1995), 185–200
MR96f:11134. Primary: 11P55 (11N32 11P32)

[A4] *Additive problems with prime numbers*. Rend. Sem. Mat. Univ. Pol. Torino **53 (4)** (1995), 471–486. Atti del "Primo Incontro Italiano di Teoria dei Numeri," Roma, 3–5 gennaio 1995
MR98c:11109. Primary: 11P32

[A5] *On the Selberg integral via Heath-Brown's identity*. Riv. Mat. Univ. Parma **5 (5)** (1996), 205–212
MR98d:11108. Primary: 11N05

[A6] *Primes in almost all short intervals*. Acta Arithmetica **84.3** (1998), 225–244
MR99g:11105. Primary: 11N05 (11N36)

[A7] *Variazioni Goldbach: problemi con numeri primi*. Testo di una conferenza tenuta per la Mostra "Oltre il Compasso." L'Educazione Matematica, Anno XXI, Serie VI **2** (2000), 47–57
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/Goldbach_I.pdf`
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/Goldbach_E.pdf`
MathEduc 2001a.00526. Classification: F60

[A8] *A conditional density theorem for the zeros of the Riemann zeta-function*. Acta Arithmetica **93.3** (2000), 293–301
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 190 (4/1999)
MR2001k:11166. Primary: 11M26 (11N05)

[A9] *A note on the sum of a prime and a polynomial*. Quart. J. Math. Oxford **52** (2001), 519–524
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 137 (5/1996)
MR2002k:11178. Primary: 11P32 (11P55)

[A10] *Formato A4: aritmetica e geometria con un foglio di carta*. L'Educazione Matematica, Anno XXIV, Serie VII **1** (2003), 47–54
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/FormatoA4.pdf`
MathEduc 2003d.03296. Classification: F60

[A11] *L'importanza di essere primo*. Per il volume "Ricordando Franco Conti" Scuola Normale Superiore, Pisa, 2004, pagine 343–354
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/importanza.pdf`
MR2006f:11152. Primary: 11Y11 (11T71 94A60)

[A12] *Primes in almost all short intervals and the distribution of the zeros of the Riemann zeta function*. "The Riemann Zeta Function and Related Themes: Papers in Honour of Professor K. Ramachandra" Proceedings of the International Conference held at National Institute of Advanced Studies, Bangalore, December 13–15, 2003. "Ramanujan Mathematical Society–Lecture Notes Series" Volume 2 (2006), 181–191

https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/Q429.pdf
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 429 (11/2005)
MR2008e:11103. Primary: 11M26 (11N05)

[A13] *Quanto vale π?* L'Educazione Matematica, Anno XXVII, Serie VII, **1** (2007), 41–52
MathEduc 2008e.00320. Classification: G30 G60 I30

[A14] A. Languasco & A. Zaccagnini. *A note on Mertens' formula for arithmetic progressions*. J. Number Theory **127** (2007), 37–46
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 460 (2/2007)
MR2009g:11136. Primary: 11P55 (11P32)

[A15] A. Languasco, J. Pintz & A. Zaccagnini. *On the sum of two primes and k powers of two*. Bull. London Math. Soc. **39**.5 (2007), 771–780
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 465 (5/2007)
MR2008k:11107. Primary: 11P32 (11P55)

[A16] *La calcolatrice e le sue limitazioni*. L'Educazione Matematica, Anno XXVII, Serie VII, **2** (2007), 35–45
MathEduc 2008e.00554. Classification: U70 N20

[A17] A. Languasco & A. Zaccagnini. *On the Hardy–Littlewood problem in short intervals*. International Journal of Number Theory **4**.5 (2008), 715–723
MR2010a:11202. Primary: 11P32 (11P55)

[A18] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Some estimates for the average of the error term of the Mertens product for arithmetic progressions*. Functiones et Approximatio Commentarii Mathematici **38**.1 (2008), 41–47
MR2009f:11119. Primary: 11N13 (11P55)

[A19] *È veramente necessario il Teorema fondamentale del calcolo integrale?* Archimede **59**.4 (2007), 198–204

[A20] A. Languasco & A. Zaccagnini. *On the constant in the Mertens product for arithmetic progressions. II. Numerical values*. Math. Comp. **78**.265 (2009), 315–326
MR2010g:11164. Primary: 11N64 (11Y35)

[A21] N. Fedotova, G. Orzetti, L. Veltri & A. Zaccagnini. *Byzantine Agreement for Reputation Management in DHT-based Peer-to-Peer Networks*. "15th International Conference on Telecommunications," St Petersburg, June 16–19, 2008

[A22] A. Languasco & A. Zaccagnini. *On the constant in the Mertens product for arithmetic progressions. I. Identities*. Functiones et Approximatio Commentarii Mathematici **42**.1 (2010), 17–27
MR2011b:11127. Primary: 11N13

[A23] D. Bazzanella, A. Languasco & A. Zaccagnini. *Prime numbers in logarithmic intervals*. Trans. Amer. Math. Soc. **362**.5 (2010), 2667–2684
MR2011a:11171. Primary: 11N05

[A24] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Computing the Mertens and Meissel-Mertens constants for sums over arithmetic progressions. With an Appendix by Karl K. Norton*. Experimental Mathematics **19**.3 (2010), 279–284
MR2743571 (2011j:11247). Primary: 11Y60 (11N64)

[A25] *Algoritmo di Euclide, numeri di Fibonacci e frazioni continue*. Per il volume "Progettare Lavorare Scoprire," Progetto Lauree Scientifiche, Matematica, Parma, 2010, pagine 153–162

[A26] A. Languasco & A. Zaccagnini. *On a Diophantine problem with two primes and s powers of* 2. Acta Arith. **145**.2 (2010), 193–208
MR2733083 (2011i:11046). Primary: 11D75 (11J25 11P32 11P55)

[A27] A. Languasco, A. Perelli & A. Zaccagnini. *On the Montgomery-Hooley theorem in short intervals*. Mathematika **56**.2 (2010), 231–243
MR2011g:11179. Primary: 11N13 (11P55)

[A28] A. Languasco & A. Zaccagnini. *The number of Goldbach representations of an integer*. Proc. Amer. Math. Soc. **140**.3 (2012), 795–804
MR2869064. Primary: 11P32 (11P55)

[A29] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Sums of many primes*. J. Number Theory **132**.6 (2012), 1265–1283
MR2899803. Primary: 11P32 (11P55)

[A30] A. Languasco, A. Perelli & A. Zaccagnini. *Explicit relations between pair correlation of zeros and primes in short intervals*. J. Math. Anal. Appl. **394** (2012), 761–771
MR2927496. Primary: 11M26 (11N05)

[A31] A. Languasco & A. Zaccagnini. *A Diophantine problem with a prime and three squares of primes*. J. Number Theory **132**.12 (2012), 3016–3028
MR2965205. Primary: 11D75 (11J25 11P32 11P55)

[A32] A. Languasco & A. Zaccagnini. *A Diophantine problem with prime variables*. Highly Composite: Papers in Number Theory, Proceedings of the "International Meeting in Number Theory," celebrating the 60th birthday of Prof. R. Balasubramanian, Harish-Chandra Research Institute, Allahabad, Dec. 2011, Ed. by V. Kumar Murty, D. S. Ramana and R. Thangadurai, "Ramanujan Mathematical Society–Lecture Notes Series" Volume 23 (2016), 157–168
MR3692733. Primary: 11P55

[A33] A. Languasco & A. Zaccagnini. *A Cesàro average of Hardy-Littlewood numbers*. J. Math. Anal. Appl. **401** (2013), 568–577
MR3018008. Primary: 11N37 (11M26 11P32 11P55)

[A34] A. Languasco & A. Zaccagnini. *On a ternary Diophantine problem with mixed powers of primes*. Acta Arith. **159**.4 (2013), 345–362
MR3080797. Primary: 11P32 (11J25 11L20 11M26)

[A35] A. Languasco & A. Zaccagnini. *A Cesàro average of Goldbach numbers*. Forum Mathematicum **27**.4 (2015), 1945–1960
MR3365783. Primary: 11P32 (44A10)

[A36] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Explicit relations between pair correlation of zeros and exponential sums over primes*. Functiones et Approximatio Commentarii Mathematici **51**.2 (2014), 379–391.
MR3282634. Primary: 11M26 (11M45 11N05)

[A37] *Riesame critico delle operazioni elementari*. Per il volume "Uno sguardo matematico sulla realtà — Laboratori PLS 2010–2014," a cura di M. Belloni e A. Zaccagnini, Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Parma. Parma, 2014, pagine 71–91

[A38] *Breve storia dei numeri primi*. Ithaca: Viaggio nella Scienza **III** (2014), 67–83

[A39] A. Languasco, A. Perelli & A. Zaccagnini. *An extension of the pair-correlation conjecture and applications*. Math. Res. Letters **23**.1 (2016), 201–220
MR3512883. Primary: 11M26 (11N05)

[A40] A. Languasco, A. Perelli & A. Zaccagnini. *An extended pair-correlation conjecture and primes in short intervals*. Trans. Amer. Math. Soc. **369**.6 (2017), 4235–4250
MR3624407. Primary: 11M26 (11N05)

[A41] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Sum of one prime and two squares of primes in short intervals*. J. Number Theory **159** (2016), 45–58
MR3412711. Primary: 11P32 (11P05 11P55)

[A42] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Short intervals asymptotic formulae for binary problems with primes and powers, I. Density* $3/2$. Ramanujan J. **42**.2 (2017), 371–383
MR3596938. Primary: 11P32 (11P05 11P55)

[A43] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Short intervals asymptotic formulae for binary problems with primes and powers, II. Density* 1 Monats. Math. **181**.3 (2016), 419–435
MR3539942. Primary: 11P32 (11P05 11P55)

[A44] *Macchine che producono numeri primi*. Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana. Serie 1, Vol. 1, n. 1 (2016), 5–19
MR3559735. Primary: 11Y11

[A45] *The Selberg integral and a new pair-correlation function for the zeros of the Riemann zeta-function*. Per gli Atti del “Terzo Incontro Italiano di Teoria dei Numeri,” Pisa, 21–24 settembre 2015. Riv. Mat. Univ. Parma **7**.1 (2016), 133–151
MR3675405. Primary: 11M26 (11N05)

[A46] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Cesàro average in short intervals for Goldbach numbers* Proc. Amer. Math. Soc. **145**.10, (2017), 4175–4186
MR3690604. Primary: 11P32 (11P55)

[A47] A. Gambini, A. Languasco & A. Zaccagnini, *A Diophantine approximation problem with two primes and one k-th power of a prime*, J. Number Theory **188** (2018), 210–228
MR3778631. Primary: 11D75 (11J25 11P32 11P55)

[A48] A. Languasco & A. Zaccagnini, *Short intervals asymptotic formulae for binary problems with prime powers*, Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux **30**.2 (2018), 609–635
MR3891329. Primary: 11P32 (11P05 11P55)

[A49] A. Languasco & A. Zaccagnini, *A Cesàro average for an additive problem with prime powers*, Proceedings of the conference “Number Theory Week,” Poznań, September 4–8, 2017. Edited by Łukasz Pańkowski and Maciej Radziejewski. Banach Center Publications, Warszawa. Vol. 118 (2019), 137–152
MR3931260. Primary: 11P32 (44A10)

[A50] G. Fiorini & A. Zaccagnini, *Costruzione dei grafi di $\mathbb{Z}_n^*$. Un laboratorio PLS in una classe terza del Liceo Scientifico*, Per il volume “A spasso per la Matematica — PLS 2014—2018,” a cura di A. Saracco & A. Zaccagnini. Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche, Università di Parma, 2018, CLEUP Padova, pagine 51–73 & 97–102.

[A51] A. Languasco & A. Zaccagnini, *A Cesàro average of generalised Hardy-Littlewood numbers*, Kodai Math. J. **42** (2019), 358–375
MR3981309. Primary: 11P32 (33C10 44A10)

[A52] A. Languasco & A. Zaccagnini, *Sums of four prime cubes in short intervals*, Acta Math. Hung. **159**.1 (2019), 150–163
MR4003700. Primary: 11P32 (11P05 11P55)

[A53] A. Languasco & A. Zaccagnini, *Short intervals asymptotic formulae for binary problems with prime powers, II*, J. Aust. Math. Soc. **109**.3 (2020), 351–370
MR4190085. Primary: 11P32 (11P05)

[A54] M. Cantarini, A. Gambini, A. Languasco & A. Zaccagnini, *On an average ternary problem with prime powers*, Ramanujan J. **53**.1 (2020), 155–166.
MR4148463. Primary: 11P32 (11P05 11P55)

[A55] A. Languasco & A. Zaccagnini, *Sums of one prime power and two squares of primes in short intervals*, Rocky Mountain J. Math. **51**.1, 213–224 (February 2021).

[A56] M. Cantarini, A. Gambini & A. Zaccagnini, *On the average number of representations of an integer as a sum of like prime powers*, Proc. Amer. Math. Soc. **148**.4 (2020), 1499–1508
MRMR4069189. Primary: 11P32 (11P05 11P55)

[A57] M. Cafferata, A. Perelli & A. Zaccagnini, *An extension of the Bourgain-Sarnak-Ziegler theorem with modular applications*, Quart. J. Math. Oxford **71**.1 (2020), 359–377
MR4077199. Primary: 11L15 (11F30)

[A58] A. Gambini, R. Tonon & A. Zaccagnini, *Signed harmonic sums of integers with k distinct prime factors*. Rendiconti Sem. Mat. Univ. Pol. Torino **78**.1 (2020), 125–141.
MR4159097. Primary: 11D75 (11B75)

[A59] M. Cantarini, A. Gambini & A. Zaccagnini, *A note on an average additive problem with prime numbers*. Functiones et Approximatio Commentarii Mathematici **63**.2 (2020) 215–226.
MR4184273. Primary: 11P32 (11P05 11P55)

[A60] M. Spreafico & A. Zaccagnini, *Regularising infinite products by the asymptotics of finite products*. in Sergio Albeverio, Anindita Balslev & Ricardo Weder (Eds.) "Schrödinger Operators, Spectral Analysis and Number Theory. Erik Balslev Memorial Volume" Springer-Verlag, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics no. 348, (2021), 255–269.
MR4281630. Primary: 40A20 (33B15 41A60 58J52)

[A61] M. Cantarini, A. Gambini & A. Zaccagnini. *Cesàro averages for Goldbach representations with summands in arithmetic progressions*. Int. J. Number Th. **17**.10 (2021), 2379–2393
MR4322839. Primary: 11P32 (44A10)

[A62] A. Gambini, R. Tonon & A. Zaccagnini, *On the distribution of the digits of quotients of integers and primes*. Canadian Math. Bulletin **65**.2 (2022), 279–295
MRMR4428902. Primary: 11K16 (11P21 33B15)

[A63] M. Cantarini, A. Gambini & A. Zaccagnini. *A Cesàro average for an additive problem with an arbitrary number of prime powers and squares*. Res. Number Theory 8 (2022), no. 3, Paper No. 50, 22 pp.
MRMR4455179. Primary: 11P32 (33C10 44A10)

[A64] $2021 = 43 \cdot 47$. Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana. Serie 1, Vol. 7, n. 2 (2022), 121–133

[A65] C. Cozzani, R. Sandri & A. Zaccagnini, *Collane, orecchini e scatolette — Costruzione di oggetti matematici con materiali della vita quotidiana*. Accettato per la pubblicazione su "Archimede" (2023)

Gli abstract degli articoli sono disponibili in formato pdf all'indirizzo
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/abstracts/Abstracts.pdf`

6.4 Articoli sottoposti per la pubblicazione

[SP1] Marco Cantarini, Alessandro Gambini & Alessandro Zaccagnini, *Laplace convolutions of weighted averages of arithmetical functions*. (2023)

6.5 Articoli in preparazione

[P3] *Serie numeriche e somme infinite*. In preparazione, (2013).

6.6 Dissertazioni

[D1] Grandi intervalli fra primi consecutivi nelle progressioni aritmetiche, Tesi di Laurea, Università di Pisa, 1989.

[D2] Somme di primi e k-esime potenze, Dissertazione per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca, Università di Torino, 1994.

6.7 Articoli su Web, quotidiani o riviste: divulgazione della Matematica

[W1] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Alcune proprietà dei numeri primi, I*. Per il sito web "Matematica Pristem". (2005)
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/lang_zac.pdf`
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 432 (1/2006)

[W2] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Alcune proprietà dei numeri primi, II*. Per il sito web "Matematica Pristem". (2005)
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/lang_zac_II.pdf`
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 433 (1/2006)

[W3] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Esistono piccoli intervalli tra numeri primi consecutivi!* Per il sito web "Matematica Pristem". (2005)
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/lang_zac_III.pdf`

[W4] *Cryptographia ad usum Delphini*. (2005)
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/CryptoDelph.pdf`
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 459 (2/2007)

[W5] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Intervalli fra numeri primi consecutivi*. Per il sito web "Matematica Pristem". (2005)
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/lang_zac_IV.pdf`
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 434 (1/2006)

[W6] *Il cerchio si stringe intorno ai primi "gemelli"*. Per il sito web "MaddMaths!" (5.12.2013) maddmaths.simai.eu/divulgazione/il-cerchio-si-stringe-intorno-ai-primi-gemelli/

[W7] *Terence Tao dimostra una congettura di Erdős (with a little help from his friends)*. Per il sito web "MaddMaths!" (27.9.2015) https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/focus/terence-tao-erdos/

[W8] *Una versione elementare della Congettura di Riemann* Per il sito web "MaddMaths!" (7.1.2016) https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/una-versione-elementare-della-congettura-di-riemann/

[W9] *Un giorno alle corse (dei numeri primi)*. Per il sito web "MaddMaths!" (9.4.2016) https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/focus/un-giorno-alle-corse-dei-numeri-primi/

[W10] *I numeri primi: teoremi, congetture, applicazioni*, "Summer School: la matematica incontra il mondo," San Pellegrino Terme (BG), 5–7 settembre 2016. http://elearning8.unibg.it/moodle25/mod/folder/view.php?id=10600

[W11] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Il fascino discreto della teoria dei numeri*. Per la rivista "Sapere," febbraio 2017.

[W12] *C'è veramente un nuovo approccio alla Congettura di Riemann?*. Per il sito web "MaddMaths!" (22.4.2017) https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/langolo-arguto/nuovo-approccio/

[W13] G. Fiorini & A. Zaccagnini, *Costruzione dei grafi di $\mathbb{Z}_n^*$. Un laboratorio PLS in una classe terza del Liceo Scientifico*, Piano Nazionale Lauree Scientifiche – Parma, 2018. Versione integrale. https://people.math.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/fz-integrale.pdf

[W14] *Scacco matto all'Ipotesi di Riemann in tre semplici (?) mosse*. Per il sito web "MaddMaths!" (24.8.2018) https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/focus/scacco-matto/

[W15] *La sfida (im)possibile: contare i numeri primi*. Il Corriere della Sera, supplemento "La lettura" n. 359, 14.10.2018.

[W16] A. Saracco & A. Zaccagnini, *Dopo Atiyah: a che punto siamo con la congettura di Riemann?* Per il sito web "MaddMaths!," (22.11.2018). https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/focus/dopo-atiyah/

[W17] *Code di rospo e denti di drago — Formule per i numeri primi*. Per il sito web "MaddMaths!," (9.2.2019). https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/langolo-arguto/code-di-rospo/

[W18] *Genesi di un'idea*. Per il sito web "MaddMaths!," (24.3.2019). https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/maddmaths-10-zaccagnini/

[W19] *Tutto quello che avreste voluto sapere sulla Congettura di Duffin–Schaeffer e non avete mai osato chiedere!* Per il sito web "MaddMaths!," (5.10.2019).
https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/focus/duffin-schaeffer/

[W20] *La risposta è 42! Un breve giro panoramico fra i problemi additivi.* Per il sito web "MaddMaths!," (10.11.2019)
https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/langolo-arguto/la-risposta-e-42/

[W21] *L'Ipotesi di Riemann compie 160 anni.* Per il sito web "MaddMaths!," (23.11.2019)
https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/riemann160/

[W22] *Operazioni: elementari, ma non troppo!* Per il sito web "MaddMaths!," (19.1.2020)
https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/focus/operazioni-elementari/

[W23] *Vita di Pi (greco).* Il Corriere della Sera, supplemento "La lettura," online dal 10.3.2020.

[W24] *La macchina per produrre i numeri primi di Conway.* Per il sito web "MaddMaths!," (15.4.2020)
https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/focus/macchina-primi-conway/

[W25] *Cent'anni senza Ramanujan.* Per il sito web "MaddMaths!," (26.4.2020)
https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/langolo-arguto/senza-ramanujan/

[W26] *Dialogo sopra i numeri primi.* Dieci dialoghi. Per il sito web "MaddMaths!," (Online in dieci puntate dal 3.10 al 26.12.2020)
https://maddmaths.simai.eu/category/rubriche/dialogo-numeri-primi/

[W27] *La tavola pitagorica come non l'avete mai vista prima!* Per il sito web "MaddMaths!," (20.3.2021) https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/focus/tavola-pitagorica/"

[W28] $\exists\infty\#p$! *La serie!* Serie per il sito web "MaddMaths!," (Online in otto puntate dal 10.4.2021)
https://maddmaths.simai.eu/in-evidenza/primi-0/

[W29] *Una passeggiata aleatoria ci porterà sulla vetta della Congettura di Riemann?* Per il sito web "MaddMaths!," (4.12.2021)
https://maddmaths.simai.eu/ricerca/aleatoria-riemann/

[W30] *Grafi e numeri primi.* Per il sito web "MaddMaths!," (12.2.2022)
https://maddmaths.simai.eu/ricerca/grafi-e-numeri-primi/

[W31] *Collane, orecchini e . . . numeri.* Per il sito web "MaddMaths!," (16.4.2022)
https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/collane-e-orecchini/

[W32] *James Maynard riceve la Medaglia Fields.* Per il sito web "MaddMaths!," (24.7.2022)
https://maddmaths.simai.eu/persone/james-maynard-zaccagnini/

[W33] *Un problema di Erdős.* Per il sito web "MaddMaths!," (26.8.2022)
https://maddmaths.simai.eu/ricerca/un-problema-di-erdos/

[W34] *Yitang Zhang colpisce ancora! Verso una soluzione della Congettura di Landau-Siegel?* Per il sito web “MaddMaths!,” (13.11.2022)
`https://maddmaths.simai.eu/ricerca/yitang-zhang-colpisce-ancora/`

[W35] *Spirali e tartarughe — La Congettura di Patterson.* Per il sito web “MaddMaths!,” online in sei puntate dal 12.1 all’11.2.2023.
`https://maddmaths.simai.eu/category/divulgazione/spirali-tartarughe/`

[W36] *Un vecchio problema di Erdős — Una nuova maggiorazione nella Teoria di Ramsey.* Per il sito web “MaddMaths!,” (26.3.2023)
`https://maddmaths.simai.eu/ricerca/erdos-ramsey/`

[W37] *Recenti progressi su un altro problema di Erdős.* Per il sito web “MaddMaths!,” (30.6.2023)
`https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/recenti-progressi-erdos/`

Si tratta di articoli divulgativi, alcuni su invito, per siti Web che si occupano di divulgazione matematica. Per la maggior parte, non sono apparsi a stampa.

6.8 Canale YouTube

6.8.1 Corso di Dottorato “Basic Theory of the Riemann zeta-function”

1. `Lezione 1. 23.2.2022`
   Presentazione del corso. Teorema di Euclide. Congetture di Gauss e Legendre. Funzioni di Chebyshev. Enunciato del Teorema dei Numeri Primi. Formula di sommazione parziale. Il prodotto di Eulero. Definizione della funzione ζ di Riemann e prime proprietà.

2. `Lezione 2. 1.3.2022`
   Teorema di Eulero. Teoremi di Chebyshev. Formule di Mertens.

3. `Lezione 3. 2.3.2022`
   Il “programma” di Riemann. La funzione ζ come Prodotto di Eulero; suo primo prolungamento.

4. `Lezione 4. 8.3.2022`
   Il prolungamento analitico e l’equazione funzionale della funzione ζ.

5. `Lezione 5. 9.3.2022`
   Il prodotto di Weierstrass per la funzione ξ.

6. `Lezione 6. 15.3.2022`
   La regione libera da zeri. La formula esplicita.

7. `Lezione 7. 16.3.2022`
   Il Teorema dei Numeri Primi. La Congettura di Riemann e alcune affermazioni equivalenti.

8. `Lezione 8. 22.3.2022`
   Applicazioni della formula esplicita. Numeri primi negli intervalli corti. Numeri primi in “quasi tutti” gli intervalli corti.

9. `Lezione 9. 23.3.2022`
   Funzioni *L* di Dirichlet (cenni)

6.8.2 Corso su LaTeX-tikz

1. `LaTeX, lezione 1`
2. `LaTeX, lezione 2`
3. `tikz, lezione 1`
4. `tikz, lezione 2`
5. `tikz, lezione 3`
6. `tikz, lezione 4`
7. `tikz, lezione 5`
8. `tikz, lezione 6 (esercizi)`

6.8.3 Quanto vale π?

Si veda [A13].

1. `Prima parte`
2. `Seconda parte`

6.8.4 Algoritmo di Euclide, numeri di Fibonacci e frazioni continue

Si veda [A25].

1. `Prima parte`
2. `Seconda parte`

6.8.5 Altre conferenze divulgative

1. `Crivello di Eratostene`
2. `Cryptographia ad usum Delphini` (vedi [W4])
3. `Formato A4` (vedi [A10])
4. `Operazioni: elementari, ma non troppo!` (vedi [W22])
5. `https://youtu.be/0187r6CHzss` (vedi [A10])

6.8.6 Pillole di matematica

1. `Radici quadrate`
2. `Moltiplicazione degli scribi egizi`
3. `Algoritmo di Euclide`
4. `Numeri primi e sequenze pseudo-casuali`
5. `Quali punti sono visibili dall'origine?`
6. `Il metodo del doppio lucchetto di Diffie-Hellman`
7. `Certificati per i numeri primi`
8. `Il Teorema Cinese del Resto`
9. `Il piccolo Teorema di Fermat`
10. `#MegaNumeroPreferito`
11. `Numeri irrazionali`
12. `La tavola pitagorica come non l'avete mai vista prima!`
13. `La dimostrazione combinatoria del Teorema di Wilson`
14. `I numeri primi: teoremi e congetture`

6.8.7 Mini-serie Esistono infiniti numeri primi!

1. `Presentazione`
2. `La dimostrazione di Euclide`
3. `La prima dimostrazione di Eulero`
4. `La dimostrazione di Goldbach`
5. `La seconda dimostrazione di Eulero`
6. `La dimostrazione di Chebyshev`
7. `La dimostrazione di Schur`
8. `La dimostrazione di Erdős`

6.9 Technical Reports e prepubblicazioni su rete

[T1] R. Bagnara, A. Zaccagnini, T. Zolo. *The Automatic Solution of Recurrence Relations. I. Linear Recurrences of Finite Order with Constant Coefficients*. (2003).
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 334 (2003)
`http://www.cs.unipr.it/Publications/Abstracts/Q334`

[T2] R. Bagnara & A. Zaccagnini. *Checking and Bounding the Solutions of Some Recurrence Relations*. (2004).
Quaderno del Dipartimento di Matematica n. 344 (2004)
`http://www.cs.unipr.it/Publications/Abstracts/Q344`

[T3] R. Bagnara, A. Pescetti, A. Zaccagnini & E. Zaffanella. *PURRS: Towards Computer Algebra Support for Fully Automatic Worst-Case Complexity Analysis*. (2005)
`http://it.arxiv.org/abs/cs.MS/0512056`

[T4] R. Bagnara, A. Pescetti, A. Zaccagnini, E. Zaffanella, & T. Zolo, *PURRS: the Parma University's Recurrence Relation Solver*, Manuale utente di PURRS, Dipartimento di Matematica, Università di Parma, 2003.

6.10 Curatela di Atti di Convegni o di raccolte varie

[1] *Atti del "Secondo Convegno di Teoria dei Numeri," Parma, 13–15 novembre 2003*. Rivista di Matematica della Università di Parma, numero speciale 2004. A cura di A. Perelli, C. Viola, A. Zaccagnini, U. Zannier.

[2] *Uno sguardo matematico sulla realtà — Laboratori PLS 2010–2014*. A cura di M. Belloni & A. Zaccagnini, Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Parma. CLEUP, Padova, 2014. ISBN 978-88-6787203-9

[3] *Proceedings of "The second mini symposium of the Roman Number Theory Association," Roma, 26 aprile 2016*. A cura di M. Monsurrò, F. Pappalardi, V. Talamanca, A. Zaccagnini.

[4] *Proceedings of "The third mini symposium of the Roman Number Theory Association," Roma, 6 aprile 2017*. A cura di M. Monsurrò, F. Pappalardi, V. Talamanca, A. Zaccagnini.

[5] *A spasso per la matematica — PLS 2014–2018*. A cura di A. Saracco & A. Zaccagnini, Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche, Università di Parma. CLEUP, Padova, 2018. ISBN 978-88-5495-033-7

[6] *Proceedings of "The fourth mini symposium of the Roman Number Theory Association," Roma, 18–20 aprile 2018*. A cura di M. Monsurrò, F. Pappalardi, V. Talamanca, A. Zaccagnini.

[7] *Proceedings of "The fifth mini symposium of the Roman Number Theory Association," Roma, 10–12 aprile 2019*. A cura di F. Barroero, M. Monsurrò, F. Pappalardi, V. Talamanca, A. Zaccagnini.

[8] *Proceedings of the "Second Symposium in Analytic Number Theory, Cetraro, July 8–12, 2019.* Rivista di Matematica della Università di Parma, volume 12, numero 1, 2021. A cura di D. Bazzanella, S. Bettin, A. Perelli, A. Zaccagnini.

6.11 Dispense di corsi

[D1] Metodi Elementari in Teoria Analitica dei Numeri. Dispense del Corso di Laurea in Matematica. Corso di "Teoria dei Numeri," A. A. 1998–99; rivedute per l'A. A. 1999–2000

[D2] Lezioni di Teoria dei Numeri. Dispense del Corso di Laurea in Matematica. Corso di "Teoria dei Numeri," A. A. 2000–2001; rivedute per l'A. A. 2001–2002, per l'A. A. 2002–2003 e per l'A. A. 2004–2005
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/lezioni/Lezioni.pdf`

[D3] Alcune proprietà dei numeri primi e loro applicazioni alla crittografia. Testo delle lezioni per il Corso di "Sistemi di elaborazione" del Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/didattica/Crittografia.pdf`

[D4] Il metodo dei Minimi Quadrati. Dispensa per il Corso di "Istituzioni di Matematica II" del Corso di Laurea in Scienze Ambientali
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/didattica/MinQuad.pdf`

[D5] Introduzione alla Crittografia. Dispensa per il corso omonimo, tenuto per il “Master in Gestione della Sicurezza Informatica e delle Reti nelle Aziende e nella Pubblica Amministrazione.” Facoltà di Ingegneria. Anno Accademico 2002–2003
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/didattica/Master.pdf`

[D6] Introduction to the circle method of Hardy, Ramanujan and Littlewood. Dispensa per il corso omonimo, tenuto presso l'“Harish-Chandra Research Institute,” febbraio-marzo 2005.
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/didattica/HRI.pdf`

[D7] Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri. Dispense per il corso omonimo, Anno Accademico 2004–2005; rivedute per l'A. A. 2005–2006, per l'A. A. 2006–2007, per l'A. A. 2007–2008 e per l'A. A. 2014–2015.
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/lezioni/tdn2015.pdf`

[D8] Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri. Dispense per il corso omonimo, per il Dottorato di Ricerca, Anno Accademico 2005–2006.
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/lezioni/dott2006.pdf`

[D9] Complementi di Analisi Matematica. Dispensa per il corso di “Matematica C” dei Corsi di Laurea Specialistica in “Scienze e Tecnologie per l'Ambiente e le Risorse” e “Conservazione della Natura”

[D10] Additive problems with prime variables. The circle method of Hardy, Ramanujan and Littlewood. Dispensa per i seminari tenuti a Chennai presso l'“Institute of Mathematical Sciences,” marzo 2012.
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/didattica/circle.pdf`

6.12 Materiale didattico per il “Piano Nazionale Lauree Scientifiche”

[PLS2] Terne pitagoriche. In preparazione (2012)

[PLS3] Frazioni continue, In preparazione (2012)

6.13 Altre pubblicazioni

Per l'Editore Ulrico Hoepli di Milano ho tradotto in italiano “The Book of Numbers” di J. H. Conway & R. K. Guy.

Ho collaborato alla pubblicazione privata del libro “Leon Battista Alberti e l'Invenzione della Cifra Polialfabetica,” di Augusto Buonafalce. Per l'Editore Galimberti di Torino ho curato la traduzione dal latino all'inglese del “De Componendis Cifris” di Leon Battista Alberti, apparso a stampa nel testo critico stabilito da Augusto Buonafalce.

7 Attività Seminariale

I miei seminari, elencati qui di seguito, hanno riguardato

1. la distribuzione dei numeri di Carmichael ([S1]);
2. la distanza fra numeri primi consecutivi ([S2], [S3]);
3. le applicazioni del metodo del cerchio ([S2], [S4], [S12], [S14], [S17], [S19], [S20]);
4. stime per la crescita dei coefficienti di una classe di funzioni L ([S5]);
5. l'approssimazione di funzioni zeta con polinomi di Dirichlet ([S6]);
6. l'integrale di Selberg e la distribuzione dei numeri primi in "quasi tutti" gli intervalli corti ([S7], [S8], [S10], [S11]);
7. il teorema di Linnik sui primi nelle progressioni ([S9]);
8. la soluzione automatica di relazioni di ricorrenza ([S13]);
9. il prodotto di Mertens per le progressioni aritmetiche ([S15], [S16]);
10. l'Ipotesi di Riemann e il suo legame con la distribuzione dei numeri primi ([S18], [S21], [S23]);
11. la distribuzione dei numeri primi e la storia delle ricerche collegate [S22], [S25];
12. problemi diofantei con numeri primi [S24].

7.1 Seminari

[S1] Esistono infiniti numeri di Carmichael. Genova, 13.1.1993

[S2] Il Teorema di Bombieri e Davenport. Genova, 20.1.1993.

[S3] La dimostrazione di Goldston del Teorema di Bombieri e Davenport. Genova, 17.2.1993.

[S4] Somme di primi e k-esime potenze. Pisa, 18.3.1994.

[S5] Stime per coefficienti di funzioni L. Genova, (I) 12.7.1994, (II) 20.7.1994, (III) 22.3.1995, (IV) 5.4.1995, (V) 12.4.1995.

[S6] Approssimazioni di funzioni zeta mediante polinomi di Dirichlet. Genova, (I) 3.4.1996, (II) 17.4.1996, (III) 24.4.1996.

[S7] L'integrale di Selberg via l'identità di Heath–Brown. Genova, 28.11.1996.

[S8] Primi in quasi tutti gli intervalli corti ed identità di Heath–Brown. Pisa, 29.11.1996.

[S9] Il Teorema di Linnik ed il Teorema di Densità di Bombieri. Genova, (I) 21.5.1997, (II) 4.6.1997, (III) 17.6.1997.

[S10] Primes in almost all short intervals. Bordeaux, 29.10.1998.

[S11] Integrale di Selberg e Teoremi di Densità. Roma, 19.4.1999.

[S12] Problemi additivi in teoria dei numeri: il metodo del cerchio. Milano, 21.3.2003.

[S13] Soluzione automatica di relazioni di ricorrenza. Genova, 3.12.2004.

[S14] Binary additive problems in Number Theory, and the Hardy-Ramanujan-Littlewood circle method. Chennai, 18.2.2005.

[S15] Il prodotto di Mertens per le progressioni aritmetiche, "Giornata di Teoria dei Numeri," Parma, 13.6.2007.

[S16] The Mertens product for the arithmetic progressions, Genova, 22.10.2007.

[S17] Il problema di Goldbach, Lecce, 9.3.2009.

[S18] 150 anni dall'Ipotesi di Riemann, Parma, 18.11.2009.

[S19] The Goldbach problem, Chennai, 27.3.2012.

[S20] The Goldbach-Linnik problem, Chennai, 28.3.2012.

[S21] La funzione zeta di Riemann e la distribuzione dei numeri primi, Parma, 19.12.2012.

[S22] Breve storia dei numeri primi e della loro distribuzione, Lecce, 21.11.2013, Colloquium di Dipartimento.

[S23] La funzione zeta di Riemann e la distribuzione dei numeri primi, Lecce, 22.11.2013.

[S24] Problemi diofantei con numeri primi, Lecce, 17.10.2017

[S25] I numeri primi e la loro distribuzione, Trento, 24.1.2018

8 Attività Didattica

8.1 Didattica presso la Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Per i Corsi del vecchio ordinamento è indicata la durata, per quelli del nuovo anche il numero di crediti.

Anno Accademico 1992–1993

- Esercitazioni di *Istituzioni di Matematica I*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Esercitazioni di *Istituzioni di Matematica II*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”

Anno Accademico 1993–1994

- *Precorso di Matematica*, CdL in “Scienze Ambientali”
- Esercitazioni di *Istituzioni di Matematica I*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Esercitazioni di *Istituzioni di Matematica II*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”

Anno Accademico 1994–1995

- *Precorso di Matematica*, CdL in “Scienze Ambientali”
- Esercitazioni di *Analisi Matematica I*, (annuale), CdL in “Matematica”
- Esercitazioni di *Istituzioni di Matematica II*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Complementi di *Teoria delle Funzioni*, CdL in “Matematica”

Anno Accademico 1995–1996

- *Precorso di Matematica*, CdL in “Scienze Ambientali”
- Esercitazioni di *Istituzioni di Matematica I*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”

Anno Accademico 1996–1997

- Esercitazioni di *Analisi Matematica I*, (annuale), CdL in “Matematica”
- Complementi di *Teoria delle Funzioni*, CdL in “Matematica”
- *Laboratorio di Informatica*, Corso di Perfezionamento per gli Insegnanti di Matematica

Anno Accademico 1997–1998

- *Precorso di Matematica*, CdL in “Scienze Ambientali”
- Esercitazioni di *Analisi Matematica II*, (annuale), CdL in “Matematica”
- Corso di *Istituzioni di Matematica I*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Collaborazione al *Laboratorio di Informatica*, Corso di Perfezionamento per gli Insegnanti di Matematica

Anno Accademico 1998–1999

- Collaborazione al *Precorso di Matematica*, CdL in “Matematica”
- Corso di *Istituzioni di Matematica II*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Esercitazioni di *Istituzioni di Matematica II*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Corso di *Teoria dei Numeri*, (un semestre), CdL in “Matematica”
- Collaborazione al *Laboratorio di Informatica*, Corso di Perfezionamento per gli Insegnanti di Matematica

Anno Accademico 1999–2000

- *Precorso di Matematica*, CdL in “Scienze Ambientali”
- Collaborazione al *Precorso di Matematica*, CdL in “Matematica”
- Corso di *Istituzioni di Matematica I*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Esercitazioni di *Istituzioni di Matematica I*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Corso di *Teoria dei Numeri*, (un semestre), CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2000–2001

- *Precorso di Matematica*, CdL in “Scienze Ambientali”
- Corso di *Istituzioni di Matematica I*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Corso di *Istituzioni di Matematica II*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Corso di *Teoria dei Numeri*, (un semestre), CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2001–2002

- *Precorso di Matematica*, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Matematica A*, 4 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Matematica B*, 4 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Collaborazione didattica al Corso di *Istituzioni di Matematica II*, (annuale), CdL in “Scienze Ambientali”
- Corso di *Teoria dei Numeri*, (un semestre), CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2002–2003

- *Precorso di Matematica*, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Supplenza del Corso di *Matematica A*, 4 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Teoria dei Numeri e Crittografia*, 3 crediti, CdL in “Matematica”
- Supplenza del Corso di *Matematica B*, 4 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, 3 crediti, CdL in “Matematica”
- Collaborazione didattica al Corso di *Scrittura Matematica e Informatica*, 3 crediti, CdL in “Informatica”

Anno Accademico 2003–2004

- *Precorso di Matematica*, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Supplenza del Corso di *Matematica A*, 4 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Teoria dei Numeri e Crittografia*, 3 crediti, CdL in “Informatica”
- Supplenza del Corso di *Matematica B*, 4 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, 3 crediti, CdL in “Matematica”
- Collaborazione didattica al Corso di *Scrittura Matematica e Informatica*, 3 crediti, CdL in “Informatica”

Anno Accademico 2004–2005

- Corso di *Matematica A*, 5 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Teoria dei Numeri e Crittografia*, 4 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di *Matematica C*, 4 crediti, CdL specialistica in “Scienze e Tecnologie per l’Ambiente e le Risorse”
- Corso di *Matematica B*, 5 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”

- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, 3 crediti, CdL in “Matematica”
- Collaborazione didattica al Corso di *Scrittura Matematica e Informatica*, 3 crediti, CdL in “Informatica”

Anno Accademico 2005–2006

- Corso di *Matematica A*, 5 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Teoria dei Numeri e Crittografia*, 4 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di *Matematica C*, 4 crediti, CdL specialistica in “Scienze e Tecnologie per l’Ambiente e le Risorse”
- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, per il Dottorato di Ricerca in Matematica
- Corso di *Matematica B*, 5 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, 3 crediti, CdL in “Matematica”
- Collaborazione didattica al Corso di *Scrittura Matematica e Informatica*, 3 crediti, CdL in “Informatica”

Anno Accademico 2006–2007

- Corso di *Matematica A*, 5 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Teoria dei Numeri e Crittografia*, 4 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di *Matematica C*, 4 crediti, CdL specialistica in “Scienze e Tecnologie per l’Ambiente e le Risorse”
- Corso di *Matematica B*, 5 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, 3 crediti, CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2007–2008

- Corso di *Matematica A*, 4 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Matematica C*, 4 crediti, CdL specialistica in “Scienze e Tecnologie per l’Ambiente e le Risorse” e in “Conservazione della Natura”
- Corso di *Teoria dei Numeri e Crittografia*, 4 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di *Matematica B*, 6 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo” e in “Scienze Naturali”
- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, 3 crediti, CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2008–2009

- Corso di *Matematica A*, 4 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”
- Corso di *Matematica C*, 4 crediti, CdL specialistica in “Scienze e Tecnologie per l’Ambiente e le Risorse” e in “Conservazione della Natura”
- Corso di *Matematica B*, 6 crediti, CdL in “Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo” e in “Scienze Naturali”
- Corso di *Teoria dei Numeri e Crittografia*, 4 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, 3 crediti, CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2009–2010

- Corso di *Matematica*, 9 crediti, CdL in “Scienze della Natura e dell’Ambiente”
- Corso di *Laboratorio di Matematica*, 2 crediti, CdL magistrale in “Scienze e Tecnologie per l’Ambiente e le Risorse” e in “Conservazione della Natura”
- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, per il Dottorato di Ricerca in Matematica
- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, 3 crediti, CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2010–2011

- Corso di *Teoria dei Numeri*, 9 crediti, CdL Magistrale in “Matematica”
- Corso di *Introduzione alla Teoria Analitica dei Numeri*, 3 crediti, CdL in “Matematica”
- Corso di “Analisi 2”, 6 crediti, CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2012–2013

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di *Teoria dei Numeri*, 6 crediti, CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2013–2014

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di Crittografia, 6 crediti, CdL in “Matematica”
- Corso “The Riemann zeta-function and its applications to prime-number theory,” per il Dottorato di Ricerca in Matematica

Anno Accademico 2014–2015

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di *Teoria dei Numeri*, 6 crediti, CdL in “Matematica”
- Corso di Crittografia, 6 crediti, CdL in “Matematica”
- Corso di lettura (Davenport) per il Dottorato di Ricerca in Matematica

Anno Accademico 2015–2016

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di Crittografia, 6 crediti, CdL in “Matematica”
- Corso di lettura (Davenport) per il Dottorato di Ricerca in Matematica

Anno Accademico 2016–2017

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso “Calcolo di aree con metodi elementari,” nell’ambito del PLS, 24–27.10.2016
- Corso di Teoria dei Numeri, 6 crediti, CdL in “Matematica”
- Corso di lettura (Davenport) per il Dottorato di Ricerca in Matematica

Anno Accademico 2018–2019

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di Teoria dei Numeri, 6 crediti, CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2019–2020

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di Crittografia, 6 crediti, CdL in “Matematica”
- Videolezioni su LaTeX-`tikz` per il “Liceo Potenziato” (vedi §6.8)

Anno Accademico 2020–2021

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di Teoria dei Numeri, 6 crediti, CdL in “Matematica”

Anno Accademico 2021–2022

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di Crittografia, 6 crediti, CdL in “Matematica”
- Corso “Basic Theory of the Riemann zeta-function,” per il Dottorato di Ricerca in Matematica

Anno Accademico 2022–2023

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di Teoria dei Numeri, 6 crediti, CdL in “Matematica”
- Corso “Basic Theory of the Riemann zeta-function,” per il Dottorato di Ricerca in Matematica

Anno Accademico 2023–2024

- Corso di *Analisi Matematica ,* 9 crediti, CdL in “Informatica”
- Corso di Crittografia dei Numeri, 6 crediti, CdL in “Matematica”
- Corso di Analisi Matematica B, CdL in “Matematica”
- Corso di Teoria Elementare dei Numeri, CdL in “Matematica”

Sono stato Presidente o Segretario delle commissioni d’esame per i Corsi di *Istituzioni di Matematica I e II*, di *Matematica A e B*, di *Analisi Matematica I e II* e di *Teoria dei Numeri*.

8.1.1 Tesi di Laurea

Sono stato relatore di otto Tesi di Laurea per il Corso di Laurea in *"Matematica"* (due delle quali in collaborazione), e di una Tesi di Laurea per il Corso di Laurea in *"Scienze Ambientali"*, tutte per il cosiddetto vecchio ordinamento degli studi. Sono stato relatore di due tesi per il corso di Laurea Triennale in *"Matematica e Informatica"*, di una per quello di *Info* e di due per quello in *"Matematica"*, ed inoltre di due tesi Magistrali in *"Matematica"* (una delle quali a Perugia). Sono anche stato relatore di diverse Tesine, per i Corsi di Laurea in *"Matematica"* e in *Ingegneria Elettronica*, e per il *Corso di Perfezionamento per gli Insegnanti di Matematica*.

8.2 Attività didattica presso altre Facoltà o all'estero

Anno Accademico 2002–2003

- Corso di *Introduzione alla Crittografia* per il "Master in Gestione della Sicurezza Informatica e delle Reti nelle Aziende e nella Pubblica Amministrazione," Master di Primo Livello organizzato presso la Facoltà di Ingegneria.

Anno Accademico 2004–2005

- Corso "Introduction to the Circle Method," Harish-Chandra Research Institute, Allahabad, febbraio–marzo 2005.

Anno Accademico 2006–2007

- Parte del Corso di *Basi di Crittografia* per il Corso di "Esperto in Wireless Networks Security," organizzato dall'IFOA e dalla Facoltà di Ingegneria.

8.2.1 Altre attività

Ho iniziato una collaborazione con il Prof. Gianni Conte, docente del Corso di "Sistemi di elaborazione" per il Corso di Laurea in *Ingegneria Elettronica*, per il quale ho tenuto piú volte seminari dal titolo "Alcune proprietà dei numeri primi e loro applicazioni alla crittografia," con lo scopo di spiegare la Matematica che si usa nei piú diffusi ed importanti sistemi crittografici.

8.3 Attività didattica post-laurea

Nell'Anno Accademico 2002–2003 ho tenuto un corso di *Introduzione alla Crittografia* per il Master Universitario di primo livello dal titolo "Gestione della Sicurezza Informatica e delle Reti nelle Aziende e nella Pubblica Amministrazione," organizzato dall'IFOA in collaborazione con la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Parma.

8.4 Dottorato

Ho fatto parte del Collegio dei Docenti del Corso di *Dottorato* che il Dipartimento di Matematica di Parma ha organizzato in collaborazione con l'Università di Milano fra il 2002 e il 2011. Per questo Dottorato ho organizzato il corso di Teoria Computazionale dei Numeri di cui si parla sopra, ed ho tenuto corsi durante gli Anni Accademici 2005–2006 e 2009–2010.

Fra il 2011 e il 2013 ho fatto parte del Collegio dei Docenti del Dottorato in "Matematica pura e Applicata" del Dipartimento di Matematica di Parma, e poi, dal 2013 ad oggi dei Collegi dei Corsi di Dottorato in "Matematica" in convenzione con le Università di Ferrara e Modena-Reggio Emilia (sede amministrativa Ferrara dal 2013 al 2016; sede amministrativa Modena dal 2016 in avanti). Per questi ultimi due, ho tenuto corsi durante gli Anni Accademici 2013–2014, 2014–2015, 2015–2016, 2016–2017.

Sono stato nella Commissione Esaminatrice per il XXVIII ciclo.

Ho seguito le Tesi di Dottorato di Giulio Francot (Dottorato Bari, XXI ciclo), di Antonella Rossi (Dottorato Milano, XXII ciclo), di Marco Cantarini e di Alessandro Gambini (entrambi Dottorato Ferrara in convenzione con Parma, XXIX ciclo), di Mattia Cafferata (Dottorato Ferrara in convenzione con Parma, XXXI ciclo), di Remis Tonon (Dottorato Modena-Reggio Emilia in convenzione con Parma, XXXII ciclo).

8.4.1 Tesi di Dottorato

[1] Giulio Francot. *Characterization of the elements of the Selberg Class of degree* 1. Scuola di Dottorato di Bari, XXI Ciclo. Tesi presentata l'8.2.2011 e discussa il 5.5.2011.

[2] Antonella Rossi. *The Goldbach-Linnik problem: some conditional results*. Scuola di Dottorato di Milano, XXII Ciclo. Tesi presentata l'8.11.2010 e discussa l'11.2.2011.

[3] Marco Cantarini. *On the Cesàro average of some counting functions*. Scuola di Dottorato di Ferrara, XXIX Ciclo. Tesi presentata il 31.1.2017 e discussa l'11.4.2017.

[4] Alessandro Gambini. *Diophantine approximation with prime variables*. Scuola di Dottorato di Ferrara, XXIX Ciclo. Tesi presentata il 30.8.2017 e discussa il 27.11.2017.

[5] Mattia Cafferata. *Estimates for a family of exponential sums with modular coefficients*. Correlatore Alberto Perelli. Scuola di Dottorato di Ferrara, XXXI Ciclo. Tesi presentata il 29.11.2018 e discussa il 5.3.2019.

[6] Remis Tonon. *Two problems in Analytic Number Theory: Harmonic sums with primes and distribution of the digits of ratios of integers*. Correlatore Sandro Bettin. Scuola di Dottorato di Modena–Reggio Emilia, XXXII Ciclo. Tesi presentata il 31.12.2019 e discussa il 28.2.2020.

8.4.2 Miscellanea

Sono stato *external examiner* per la tesi di PhD di Katy Louise Dobson intitolata “Grid Domains for Analyzing Software,” presso la School of Computing, University of Leeds. L’esame “viva voce” ha avuto luogo il 12.11.2008.

Sono stato Membro della Commissione per il conseguimento del titolo di Dottore in Ricerca per Valentina Settimi (Dottorato di Padova, XXIII Ciclo). La discussione ha avuto luogo il 13.10.2011.

Sono stato consulente per la tesi di Kasi Viswanadham intitolata “Topics In Analytic Number Theory,” presso Harish-Chandra Research Institute, Allahabad, India.

Sono stato Membro della Commissione per il conseguimento del titolo di Dottore in Ricerca per Francesco Monopoli (Dottorato di Milano, XXVIII Ciclo). La discussione ha avuto luogo il 14.12.2015.

Sono stato “Rapporteur” e membro della commissione d’esame per la tesi di Nathalie Debouzy, presso l’Université d’Aix-Marseille (2018). La discussione ha avuto luogo a Marsiglia il 28.6.2018.

Sono stato Referee e Membro della Commissione per il conseguimento del titolo di Dottore in Ricerca per Simone Dutto (Dottorato di Torino). La discussione ha avuto luogo a Torino il 23.9.2022.

Sono stato External Examiner per la tesi di Dottorato di Valeriia Starichkova (Canberra) nel 2023.

8.5 Piano Lauree Scientifiche

Ho partecipato al “Piano Lauree Scientifiche” come ricordato sopra nel §2.1.6 e ne sono stato il responsabile locale fra il 2012 e il 2015. Per questo piano ho prodotto la dispensa [MD2] e ho curato il volume [2] insieme al Prof. Marino Belloni, e il volume [5] insieme al Prof. Alberto Saracco. Come contributo al primo volume citato sopra ho scritto l’articolo [A37], mentre sono in preparazione i documenti [PLS2] e [PLS3]. L’articolo [A50], che è apparso nel secondo volume citato qui sopra, contiene la descrizione dell’esperienza fatta in una terza classe di un Liceo Scientifico.

8.5.1 Crittografia

1. Liceo Scientifico “Attilio Bertolucci” (Parma): S. Melley e S. Monica (A.A. 2010–2011)
2. Istituto Tecnico “Leonardo da Vinci” (Parma): A. Melej e A. Ferrari (A.A. 2010–2011)
3. Istituto Tecnico “Leonardo da Vinci” (Parma): A. Melej e A. Ferrari (A.A. 2011–2012)
4. Liceo “Pascal”: E. Barozzi e I. Simeone (A.A. 2012–2013)
5. Istituto Tecnico “Leonardo da Vinci” (Parma): A. Ferrari (A.A. 2012–2013)
6. Liceo Scientifico “Attilio Bertolucci” (Parma): G. Fiorini (A.A. 2012–2013)
7. Istituto Tecnico “Leonardo da Vinci” (Parma): A. Ferrari (A.A. 2013–2014)

8. ITIS “Berenini” (Fidenza): M. Crovini e L. Midulla (A.A. 2013–2014)
9. Liceo Scientifico “Attilio Bertolucci” (Parma): G. Fiorini (A.A. 2014–2015)
10. Liceo Scientifico “Attilio Bertolucci” (Parma): G. Fiorini (A.A. 2015–2016)

8.5.2 Il Teorema di Pitagora

1. Liceo Scientifico “Giacomo Ulivi” (Parma): A. Rizza (A.A. 2011–2012)
2. Liceo Scientifico “Attilio Bertolucci” (Parma): G. Fiorini (A.A. 2012–2013)
3. Liceo “Paciolo d’Annunzio” (Fidenza): S. Di Maiolo (A.A. 2012–2013)

8.5.3 Frazioni continue

1. Liceo “Paciolo d’Annunzio” (Fidenza): S. Di Maiolo (A.A. 2013–2014)
2. Liceo “Paciolo d’Annunzio” (Fidenza): S. Di Maiolo (A.A. 2014–2015)

8.5.4 Presentazione grafica di gruppi

1. Liceo Scientifico “Attilio Bertolucci” (Parma): G. Fiorini (A.A. 2013–2014)

8.5.5 Collane, orecchini e scatolette: costruzione di oggetti matematici con materiali della vita quotidiana

1. Liceo Classico “Gian Domenico Romagnosi” (Parma): R. Sandri (A.A. 2022–2023)

8.6 Pubblicità alla Matematica, divulgazione, introduzione alla ricerca

Ho partecipato piú volte alle attività organizzate da vari membri del Dipartimento di Matematica per fare pubblicità al Corso di Laurea in *Matematica*, attraverso stages per studenti delle scuole superiori (quasi sempre concentrati nel mese di giugno) o incontri settimanali con gli studenti interessati. Per questa attività ho tenuto i seguenti seminari:

8.6.1 Seminari divulgativi

[DIV1] *Variazioni Goldbach: problemi con numeri primi*. Parma, 21.10.1998. Conferenza tenuta in occasione della mostra “Oltre il Compasso.”
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/Goldbach_I.pdf`
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/Goldbach_E.pdf`

[DIV2] *Analisi Matematica*. Parma, (I) 10.3.1999, (II) 18.3.1999. Corso di aggiornamento degli Insegnanti di Matematica, CGIL.

[DIV3] *Variazioni Goldbach: problemi con numeri primi*. Parma, 11.5.2000

[DIV4] *Variazioni Goldbach: problemi con numeri primi*. Parma, 6.6.2000. Per la "Scuola di Specializzazione per gli Insegnanti della Scuola Secondaria"

[DIV5] *La Dimostrazione Perduta: L'Ultimo Teorema di Fermat*. Istituto Tecnico Industriale "Enrico Fermi," Lucca, 19.3.2001

[DIV6] *Teoria dei Numeri e Crittografia*. Parma, 12.6.2001. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV7] *Variazioni Goldbach: problemi con numeri primi*. Parma, 7.5.2002. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV8] *Formato A4: aritmetica e geometria con un foglio di carta.* Parma, 12.6.2002. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/FormatoA4.pdf`

[DIV9] *Variazioni Goldbach: problemi additivi con numeri primi*. Parma, 1.4.2003. Settimana della Cultura Scientifica e Tecnologica

[DIV10] *Crittografia*. Parma, 16.4.2003. Per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV11] *Aritmetica e geometria con un foglio di carta.* Parma, 23.3.2004. Settimana della Cultura Scientifica e Tecnologica

[DIV12] *Variazioni Goldbach: problemi con numeri primi*. Padova, 26.11.2004. Conferenza tenuta per l'associazione "Mathesis"

[DIV13] *Cryptographia ad usum Delphini. La Crittografia da Edgar Allan Poe all'era di Internet*. Parma, 13.4.2005. Settimana della Cultura Scientifica e Tecnologica

[DIV14] *Zio Petros e la Congettura di Goldbach*. Liceo Scientifico "Ulisse Dini," Pisa, 28.4.2005

[DIV15] *Aritmetica e Crittografia*. Parma, 14.6.2005. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/CryptoDelph.pdf`

[DIV16] *Aritmetica e Crittografia*. Parma, 15.6.2006. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/CryptoDelph.pdf`

[DIV17] *Variazioni Goldbach: problemi con numeri primi*. Parma, 8.11.2006. Per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV18] *Cryptographia ad usum Delphini. La Crittografia da Edgar Allan Poe all'era di Internet*. Parma, 31.1.2007. Per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV19] *Formato A4: aritmetica e geometria con un foglio di carta.* Parma, 14.6.2007. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV20] *Formato A4. Aritmetica e geometria con un foglio di carta.* Liceo Scientifico "Nomentano," Roma, 11.4.2008

[DIV21] *Quanto vale π?* Liceo Scientifico "Nomentano," Roma, 11.4.2008

[DIV22] *Algoritmo di Euclide, numeri di Fibonacci e frazioni continue.* Parma, 12.6.2008. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV23] *Cryptographia ad usum Delphini. La Crittografia da Edgar Allan Poe all'era di Internet.* Taranto, 18.2.2009.

[DIV24] *Algoritmo di Euclide, numeri di Fibonacci e frazioni continue.* Parma, 9.6.2009. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV25] *Algoritmo di Euclide, numeri di Fibonacci e frazioni continue.* Parma, 10.6.2010. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV26] *Aritmetica.* ITIS "Leonardo da Vinci" Parma, 30.3.2011. Nell'ambito del "Piano Lauree Scientifiche"

[DIV27] *Variazioni Goldbach: problemi con numeri primi.* Parma, 13.6.2011. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV28] *Terne Pitagoriche.* Liceo Scientifico "Giacomo Ulivi," Parma, 17.4.2012. Nell'ambito del "Piano Lauree Scientifiche"

[DIV29] *Cryptographia ad usum Delphini. La Crittografia da Edgar Allan Poe all'era di Internet.* Parma, 13.6.2012. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV30] Roberto Marangoni & Alessandro Zaccagnini, *Ascose Tracce Celate nei Genomi. Un excursus tra Crittografia e Bioinformatica.* La Limonaia, Pisa, 12.10.2012. Conferenza per l'Associazione Culturale "Xlinx"

[DIV31] *Cryptographia ad usum Delphini. La Crittografia da Edgar Allan Poe all'era di Internet.* Parma, 18.4.2013. Conferenza per l'Open Day

[DIV32] *Formato A4: aritmetica e geometria con un foglio di carta.* Parma, 11.6.2013. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/FormatoA4.pdf`

[DIV33] *Quanto vale π?* Parma, 6.3.2014

[DIV34] *La matematica di RSA.* ITIS "Agostino Berenini," Fidenza, 8.4.2014. Nell'ambito del "Piano Lauree Scientifiche"

[DIV35] *Rappresentazione grafica di $\mathbb{Z}_n^*$.* Liceo Scientifico "Attilio Bertolucci," Parma, 20.5.2014. Nell'ambito del "Piano Lauree Scientifiche"

[DIV36] *Rappresentazione grafica di gruppi finiti.* Parma, 10.6.2014. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV37] *Numeri primi e crittografia — Un'applicazione concreta della matematica pura.* Bergamo, 10.3.2015. Conferenza tenuta per l'associazione "Mathesis"

[DIV38] *Rappresentazione grafica di gruppi finiti.* Parma, 9.6.2015. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV39] *Laboratorio di Crittografia.* Parma, 18.1.2016. Incontro con gli studenti del Liceo Scientifico "Attilio Bertolucci"

[DIV40] *Laboratorio di Crittografia.* Parma, 3.5.2016. Incontro con gli studenti del Liceo Scientifico "Attilio Bertolucci"

[DIV41] *I numeri primi: teoremi, congetture, applicazioni*, "Summer School: la matematica incontra il mondo," San Pellegrino Terme (BG), 5–7 settembre 2016

[DIV42] *Due spiccioli di Crittografia*, "I bitcoin e le criptomonete — dall'informatica all'economia," Museo del Calcolo, Cittadella Galileiana, Pisa, 17.3.2017. Conferenza per l'Associazione Culturale "Xlinx"

[DIV43] *Quanto vale π?*, "Girotondo su π tra formule e racconti (Pisa celebra la giornata mondiale del π)," Museo del Calcolo, Cittadella Galileiana, Pisa, 14.3.2018. Conferenza per l'Associazione Culturale "Xlinx"

[DIV44] *Formato A4: aritmetica e geometria con un foglio di carta*, "Leonardo Pisano: L'uomo che ci ha regalato i numeri," Università e Comune di Pisa. Pisa, 23 novembre 2019

[DIV45] *Il Crivello da Eratostene ad oggi*, Nell'ambito dei seminari per il "Liceo Matematico." Parma, 29.1.2020

[DIV46] *Cryptographia ad usum Delphini*. Nell'ambito dei seminari per il "Liceo Matematico." Parma, 5.2.2020

[DIV47] *Congetture e dimostrazioni: il Teorema di Eulero-Fermat*. Nell'ambito dei seminari per il "Liceo Matematico." Parma, 8.10.2020

[DIV48] *Operazioni: elementari, ma non troppo!* Giornata Internazionale della Matematica. Parma, 11.3.2022

[DIV49] *Formato A4: aritmetica e geometria con un foglio di carta*, Ciclo "La matematica che non ti aspetti." Modena, 18.3.2022

[DIV50] *Dialogo sui numeri primi*, recitato da Alessandro Zaccagnini, Roberta Sandri e Alberto Saracco. Parma, 7.6.2022. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV51] *I numeri primi: teoremi e congetture*, Parma, 7.6.2022. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

[DIV52] *Rappresentazione grafica di gruppi finiti.* Parma, 19.5.2023. Incontro con gli studenti del Liceo Classico "Gian Domenico Romagnosi"

[DIV53] *Cryptographia ad usum Delphini*. Parma, 14.6.2023. Stage per gli studenti delle Scuole Superiori

Sono anche stato invitato a tenere seminari di introduzione alla ricerca, e nell'ambito di altri Corsi, anche fuori dalla Facoltà di Scienze:

8.6.2 Seminari di introduzione alla ricerca

[IR1] *Problemi con numeri primi*. Parma, 20.5.1994

[IR2] *Variazioni Goldbach: problemi additivi con numeri primi*. Parma, 25.5.1995

[IR3] *Numeri primi, funzione zeta e ipotesi di Riemann*. Parma, 22.4.1997

[IR4] *Perché il problema di Goldbach è difficile?* Parma, 11.5.2000
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/Goldbach_II.pdf`

8.6.3 Seminari nell'ambito di corsi

[SC1] *Alcune proprietà dei numeri primi e loro applicazioni alla crittografia*. Parma, (I) 1°. 12.2000, (II) 11.12.2000. Per il Corso di "Sistemi di elaborazione," Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

[SC2] *Alcune proprietà dei numeri primi e loro applicazioni alla crittografia*. Parma, (I) 30.11.2001, (II) 7.12.2001. Per il Corso di "Sistemi di elaborazione," Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica
`https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/didattica/Crittografia.pdf`

[SC3] *Il Teorema dei Numeri Primi*. Parma, 10.4.2002. Per il Corso di "Istituzioni di Analisi Superiore," Corso di Laurea in Matematica

[SC4] *Basi di crittografia*. Parma, (I) 2.3.2007, (II) 5.3.2007. Corso di "Esperto in Wireless Networks Security"

[SC5] *Basi di crittografia*. Parma, (I) 13.3.2007, (II) 20.3.2007, (III) 27.3.2007. Per il Corso di "Sicurezza nelle Reti di Telecomunicazioni," Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni

[SC6] *Basi di crittografia*. Parma, (I) 6.3.2008, (II) 11.3.2008, (III) 13.3.2008, (IV) 18.3.2008. Per il Corso di "Sicurezza nelle Reti di Telecomunicazioni," Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni

[SC7] *Algoritmi*. Parma, (I) 2.4.2008, (II) 9.4.2008. Per il Dottorato in Ingegneria Elettronica

[SC8] *Basi di crittografia*. Parma, (I) 3.3.2010, (II) 17.3.2010, (III) 24.3.2010, (IV) 30.3.2010, (V) 14.4.2010. Per il Corso di "Sicurezza nelle Reti di Telecomunicazioni," Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni

[SC9] *Basi di crittografia*. Parma, (I) 15.3.2011, (II) 22.3.2011, (III) 29.3.2011, (IV) 12.4.2011. Per il Corso di "Sicurezza nelle Reti di Telecomunicazioni," Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni

[SC10] *Problemi additivi con numeri primi*. Parma, 3.5.2012. Per il "Seminario di Contesto," Corso di Laurea Magistrale in Matematica

[SC11] *Basi di crittografia*. Parma, (I) 13.3.2013, (II) 14.3.2013, (III) 20.3.2013. Per il Corso di "Sicurezza nelle Reti di Telecomunicazioni," Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni

[SC12] *Distribuzione dei numeri primi*. Parma, 11.12.2013. Per il "Seminario di Contesto," Corso di Laurea Magistrale in Matematica

[SC13] *Numeri primi e funzione zeta di Riemann*. Parma, 8.4.2015. Per il "Seminario di Contesto," Corso di Laurea Magistrale in Matematica

[SC14] *Approssimazione diofantea*. Parma, 20.5.2019. Per il "Seminario di Contesto," Corso di Laurea Magistrale in Matematica

[SC15] *Numeri primi*. Parma, 8.11.2019. Per il Corso di "Matematiche complementari," Corso di Laurea Triennale in Matematica

[SC16] *Numeri primi*. Parma, 14.12.2020. Per il Corso di "Matematiche complementari," Corso di Laurea Triennale in Matematica

[SC17] *Numeri primi e funzione zeta di Riemann*. Parma, 3.3.2021. Per il "Seminario di Contesto," Corso di Laurea Magistrale in Matematica

[SC-18] *Breve storia dei numeri primi*. Parma, 10.5.2022. Per il corso di "Storia della Matematica," Corso di Laurea Magistrale in Matematica

[SC-19] *Il metodo della discesa e il caso $n = 4$ dell'Ultimo Teorema di Fermat*. Parma, 7.10.2022. Per il corso di "Matematiche complementari," Corso di Laurea Triennale in Matematica

[SC-20] *Breve storia dei numeri primi*. Torino, 26.10.2023. Per il corso di "MathLab," Corso di Laurea Magistrale in Matematica

[SC-21] *I gioielli della Matematica — Illustrare dimostrazioni combinatorie in Teoria Elementare dei Numeri per mezzo di anelli e orecchini*. Roma “La Sapienza,” 17.11.2023. Per il “Liceo Matematico.”

8.6.4 Interviste giornalistiche e radiofoniche

[IR1] *Intervento nella trasmissione “Radio3 Scienza” dal titolo “La ballata dei numeri primi.”* Andato in onda il 25.7.2018.

[IR2] *Intervista per* `wired.it`. Pubblicata online il 24.9.2018.

[IR3] *Intervento nella trasmissione “Radio3 Scienza” dal titolo “Una difficile congettura.”* Andato in onda il 26.9.2018.

8.7 Tutorato

Ho partecipato all’attività di Tutorato organizzata dal Corso di Laurea in *“Matematica”* per gli Anni Accademici 1997–1998 e 2000–2001. Nell’Anno Accademico 2001–2002 ho collaborato all’ideazione ed alla realizzazione, in coordinamento con altri docenti dei Corsi di Laurea in *“Matematica”* e di *“Scienze e Tecnologie Ambientali per il Territorio e il Sistema Produttivo”*, di un’attività di sostegno per gli studenti del primo anno che presentano debiti formativi o gravi lacune nella loro preparazione matematica. Il Tutorato è stato molto apprezzato dagli studenti, ed ha avuto come effetto una percentuale di successi nell’esame finale fra le piú alte dell’intera Facoltà di Scienze. Per questo motivo, l’attività in questione è stata replicata anche nell’Anno Accademico 2003–2003, ed estesa anche agli studenti del Corso di Laurea in *Informatica*.

Parma, 17 novembre 2023 Alessandro Zaccagnini